

# Commande des Systèmes

Cours Sciences de l'Ingénieur

Licence 1A

G. Scorletti

Maître de conférences

UFR de Sciences de l'Université de Caen Basse-Normandie

GREYC AUTOMATIQUE

6 bd du Maréchal Juin, F14050 Caen cedex

Tel : 02 31 45 27 12

e-mail : scorletti@greyc.ensicaen.fr

©Gérard Scorletti, 2006

Page web : [http://www.greyc.ensicaen.fr/EquipeAuto/Gerard\\_S/L1\\_SI.html](http://www.greyc.ensicaen.fr/EquipeAuto/Gerard_S/L1_SI.html)

4 janvier 2006

**La commande des systèmes ou le “côté obscur de la force”** L'étude et le développement de la commande des systèmes (technologiques) est une technologie cachée : bien qu'au coeur de nombreuses grandes évolutions technologiques, elle est rarement évoquée. Cela est sans doute dû au fait que, contrairement par exemple à la Mécanique, la Chimie, l'Informatique, l'Electronique, elle n'est pas rattachée à des systèmes technologiques ou des industries particulières. Ce séminaire présente une introduction informelle à la commande des systèmes.

## 1 Notion de commande de systèmes à travers un exemple

Dans le séminaire “modèles et systèmes”, nous avons vu qu'un système est en général une portion de la réalité définie par une frontière qui transforme un ou plusieurs signaux d'entrée en un ou plusieurs signaux de sortie en fonction d'un but.

L'exemple qui avait été présenté dans le séminaire “modèles et systèmes” était celui d'un véhicule automobile. Les sorties correspondent à la valeur de la position et à la valeur de la vitesse du véhicule automobile en fonction du temps. Les entrées sont constituées par la valeur des positions du volant, des pédales, de la boîte de vitesse, etc. en fonction du temps (voir la Figure 1). De façon plus exhaustive, la position et la vitesse vont dépendre d'autres signaux d'entrée tels que la valeur du vent latéral, l'état de la route, etc. en fonction du temps. Lors

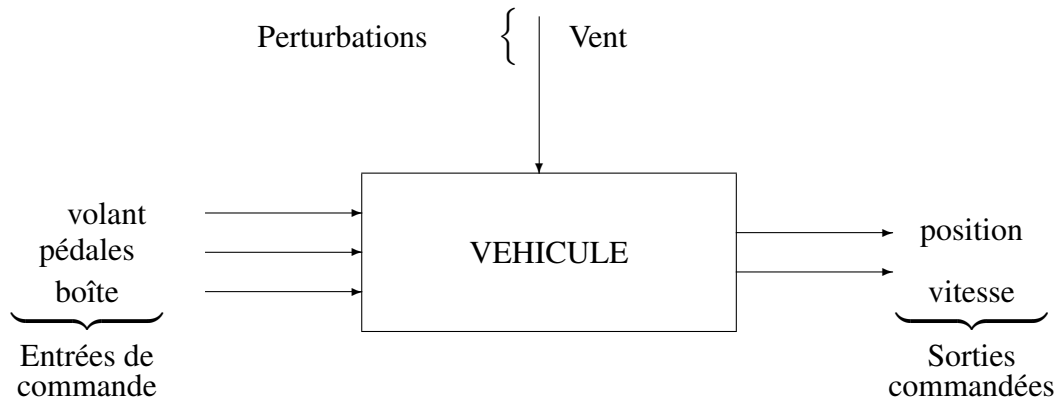


FIG. 1 – Système véhicule

de l'utilisation du véhicule par un conducteur, l'objectif de celui-ci est de forcer le véhicule à être proche d'une certaine trajectoire sur la route, avec un certain profil de vitesse, c'est-à-dire de forcer les signaux de sortie à être proches de signaux désirés. Les signaux désirés sont appelés *références* ou *consignes* et les signaux de sortie *sorties commandées*. Pour remplir cet objectif, le conducteur impose à chaque instant la valeur de certaines entrées du véhicule : la position du volant, des pédales, de la boîte de vitesse, etc.. Ce sont les *entrées de commande* ou *commandes*. C'est par leur intermédiaire que le système “véhicule” reçoit des informations du conducteur. Le conducteur est ici un **système de commande**. On dit que l'on commande le système “véhicule” ou que le système “véhicule” est un système commandé.

Pour déterminer les entrées de commande, le conducteur utilise à chaque instant la valeur de vitesse du véhicule (mesurée par un capteur et communiquée au conducteur par le tableau de bord) et de sa position sur la route (mesurée par l'oeil du conducteur), c'est-à-dire la mesure des sorties commandées. Le conducteur est lui-même un système dont

- les entrées sont constituées par les consignes et les sorties mesurées du système “véhicule” ;
- les sorties sont constituées par les entrées de commande du système “véhicule”.

Il est amusant de constater que pour le système “conducteur” et le système “véhicule”, des sorties de l'un sont des entrées de l'autre (voir Figure 2). On parle de **boucle fermée** car le système “conducteur” agit sur le système “véhicule” (c'est-à-dire modifie ses sorties) par l'intermédiaire des entrées de commande du système “véhicule”. En retour, le système “véhicule” agit sur le système “conducteur” par l'intermédiaire de ses sorties mesurées. Lorsque deux systèmes agissent l'un sur l'autre simultanément, on parle de *rétroaction*. Dans notre exemple, le système de commande du véhicule est dit par **rétroaction (feedback en Anglais)**. L'ensemble “véhicule + conducteur” constitue lui-même un système appelé **système en boucle fermée** (voir Figure 2).

Le système “conducteur” peut être lui-même décomposé en trois systèmes : on parle de

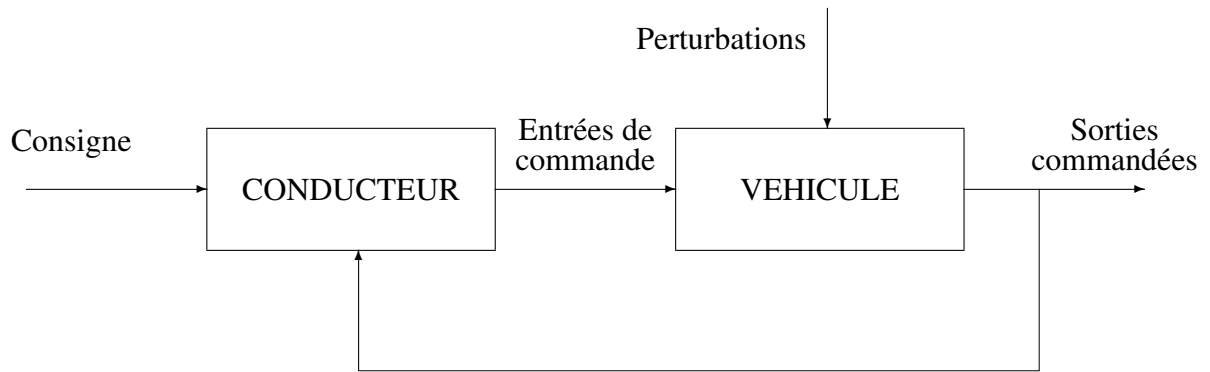


FIG. 2 – Système en boucle fermée

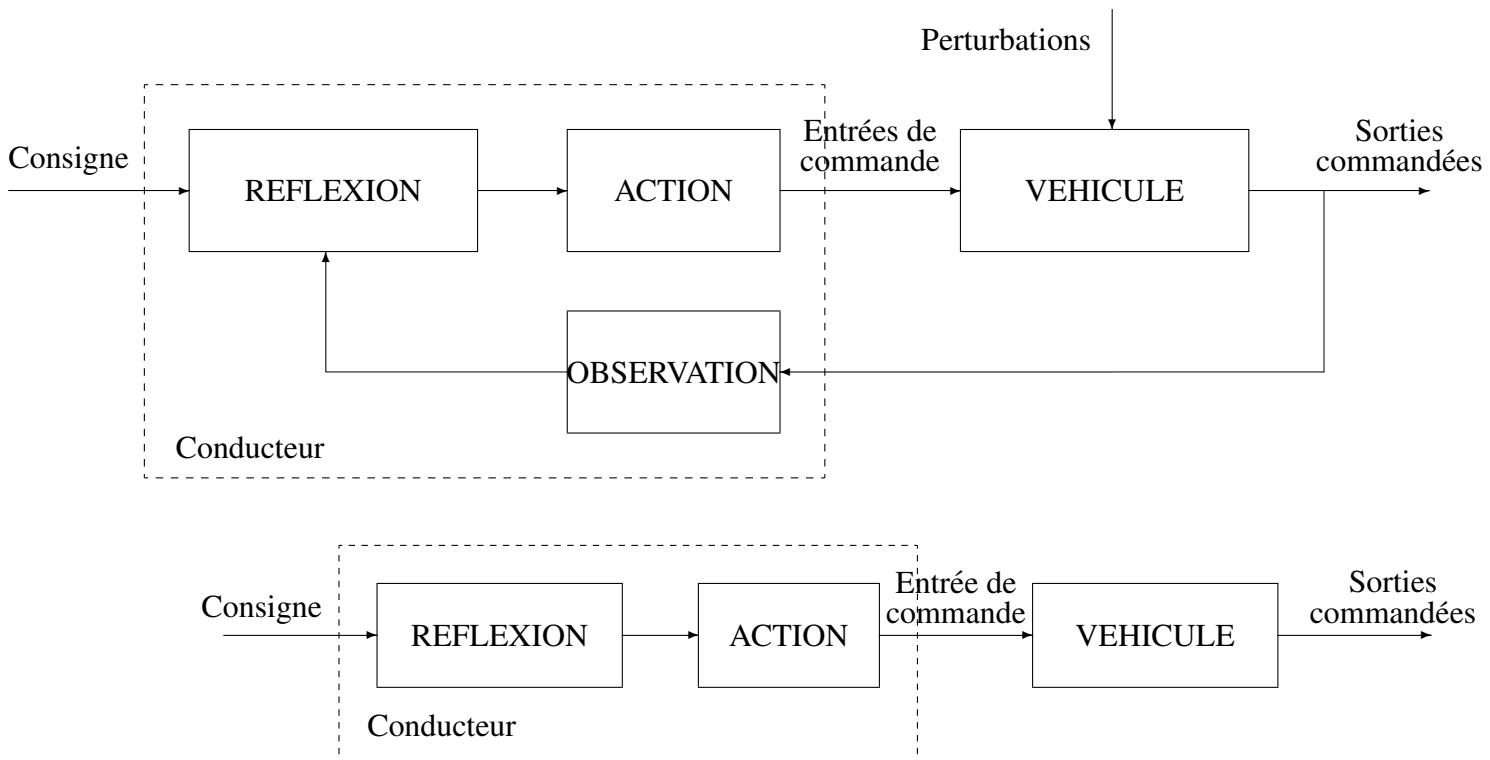


FIG. 3 – Conduire en boucle fermée (haut) et en boucle ouverte (bas)

**sous-systèmes** (voir Figure 3, haut). A chaque instant, chaque sous système effectue une opération bien déterminée :

1. *Observation* : les yeux du conducteur permettent de transformer les indications du compteur de vitesse et la position sur la route en des signaux envoyés au cerveau ;
2. *Réflexion* : le cerveau traite l'information contenue dans les signaux envoyés par les yeux ainsi que dans les signaux de consigne de façon à déterminer comment il faut agir sur les entrées de commande du véhicule ; le résultat de ce traitement est un ensemble de signaux envoyés aux membres du conducteur ;
3. *Action* : les membres du conducteur agissent sur les entrées du véhicules.

Certaines entrées du système ne sont pas maîtrisées par le conducteur : par exemple, la valeur du vent latéral qui s'applique sur le véhicule à chaque instant n'est pas une entrée de commande imposée par le système de commande. Ce sont les *entrées de perturbation* ou *perturbations*. Une perturbation n'est pas (en général) connue ou mesurée, c'est-à-dire qu'elle ne peut pas être une entrée du système de commande. Un vent latéral important a pour effet d'écartier le véhicule de la trajectoire le long de laquelle le conducteur essaie de le maintenir. De façon imagée, des entrées de perturbation sont l'effet d'un "mauvais génie" que le conducteur va essayer de combattre. A partir de la mesure de l'effet de la perturbation sur les sorties du système (puisqu'il ne mesure pas la perturbation elle-même), le conducteur va modifier les entrées de commande de façon à limiter voire éliminer l'effet du vent latéral sur la position et la vitesse du véhicule.

Certains systèmes de commande n'admettent pas en entrée les sorties du système commandé. Dans notre exemple, cela correspond à un conducteur qui conduirait sans regarder son compteur de vitesse et sans regarder la route (soit les yeux fermés) ! Le système "véhicule+conducteur" est dans ce cas-là un *système en boucle ouverte* (voir Figure 3, bas)<sup>1</sup>. On conçoit que la commande en boucle ouverte a des possibilités beaucoup plus réduites que la commande en boucle fermée. Par exemple, on ne peut alors pas limiter voire éliminer l'effet des entrées de perturbation.

Enfin, deux conducteurs différents n'ont pas forcément le même "style" de conduite : par exemple, un premier conducteur peut avoir une conduite assez "pépère" (caractérisée par une faible sollicitation de l'accélérateur, ce qui donne des temps de réponse importants pour, par exemple, atteindre une vitesse supérieure) alors qu'un second peut avoir une conduite très "agressive" (caractérisée par des temps de réponse plus courts). Si on recherche une conduite avec des temps de réponse réduite, le premier système de commande est dit performant. Le temps de réponse peut caractériser la **performance**. De façon plus générale, la performance est décrite par la caractérisation du comportement du système en boucle fermée que l'on désire avoir. Suivant la finalité de l'utilisation du système en boucle fermée, la performance peut être définie différemment. Par exemple, dans le cas de la conduite, si on considère que limiter la consommation d'essence est important, le second système peut alors jugé plus performant que le premier.

En résumé, la commande d'un système consiste à forcer ses signaux de sortie à être proches de signaux désirés en agissant sur certaines de ses entrées et en utilisant la mesure des signaux de sortie ainsi que les signaux désirés et cela malgré la présence d'entrées de perturbation (non connues). Le système de commande est le système qui réalise la commande du système. La performance est décrite par la caractérisation du comportement du système en boucle fermée.

---

<sup>1</sup>Il n'est évidemment pas conseillé de conduire un véhicule de cette façon...

Le système à commander ainsi que le système de commande sont en général des systèmes dynamiques.

Dans notre exemple introductif, le système de commande est un homme : on parle alors de **commande manuelle**. Dans de nombreux cas, le système de commande n'est pas un homme mais un système technologique : mécanique, électronique, informatique, un mélange de tout cela, etc.. On parle alors de **commande automatique**. De nombreux systèmes technologiques sont dotés de systèmes de commande automatiques, parfois très rustiques. La tendance est à la multiplication des systèmes de commande automatiques faisant appel à des technologies parfois assez sophistiquées. Nous allons en voir quelques exemples.

## 2 Exemples de systèmes de commande automatiques

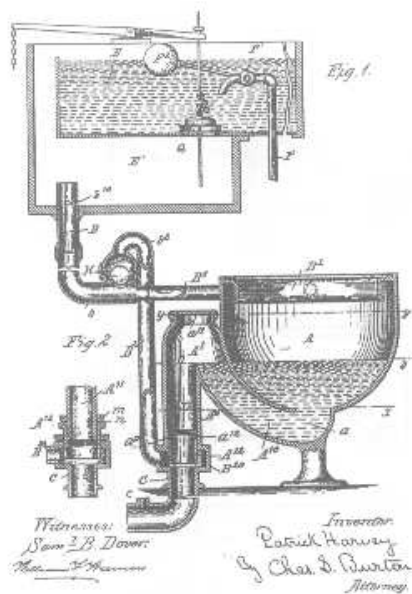


FIG. 4 – Système de commande mécanique

**La commande des systèmes ou une préoccupation très quotidienne** Un exemple de système de commande rustique (mais d'une importance fondamentale) est la commande du système "réservoir d'une cuvette de W.C." (voir Figure 4). La sortie commandée est la valeur de la hauteur d'eau dans le réservoir en fonction du temps. L'entrée de commande est la surface d'ouverture du robinet d'alimentation du réservoir. Le système de commande est constitué par un flotteur relié à un bras de levier qui agit directement sur l'ouverture du robinet en fonction de la hauteur d'eau. Le flotteur permet de mesurer la hauteur d'eau. La consigne est la hauteur désirée : suivant le modèle de W.C. considéré, il est possible de fixer sa valeur à l'aide d'une vis de réglage. Le système de commande est ici mécanique et élémentaire.

**La commande des systèmes au cœur des grandes conquêtes du XXe siècle : le ciel et l'espace** L'essor des vols inhabités que ce soit dans un but militaire pendant la seconde guerre mondiale (missiles V2 allemands) ou que ce soit dans un but plus pacifique (commande de la trajectoire de fusées, commande de la position de satellites en orbite, etc.) a impulsé un

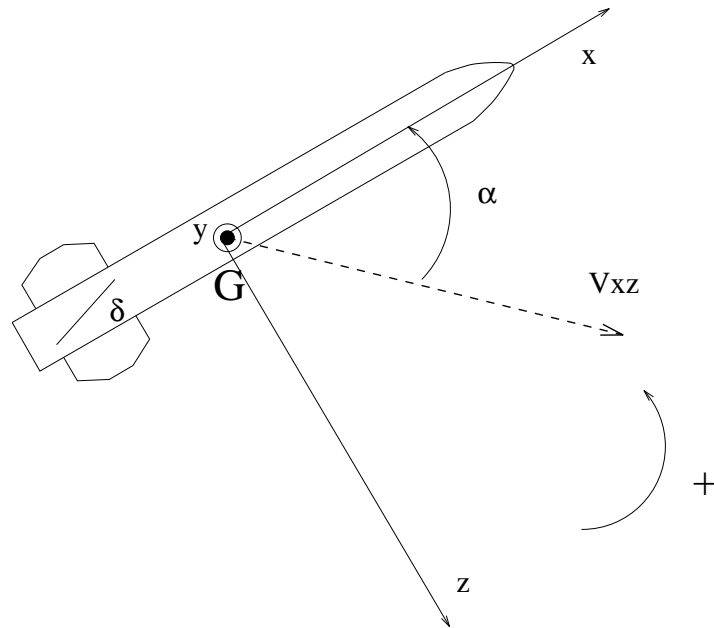


FIG. 5 – Engin volant

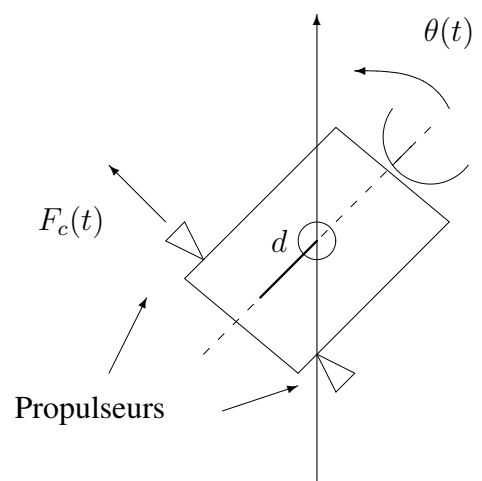


FIG. 6 – Satellite

	Temps 1 addition	Temps 1 multiplication	Temps moyen entre deux défaillance
fin années 50	1 ms	20 ms	50 à 100h
début années 60	100 $\mu$ s	1 ms	1000 h
début années 70	2 $\mu$ s	7 $\mu$ s	20.000 h

TAB. 1 – Evolution de la puissance de calcul et de la fiabilité

fort développement pour la mise au point de systèmes de commande (voir Figures 5 et 6). Les systèmes de commande furent des montages électroniques (circuits analogiques) puis des calculateurs (électronique numérique). Plus récemment, les transports aériens ont bénéficié de l'Automatique. Alors que classiquement le pilote actionnait directement les gouvernes de son avion, via le manche à balai, dans les nouvelles générations d'avions (Airbus), il dispose d'un joystick qui lui permet d'envoyer à un système de commande des valeurs désirées pour la position de l'avion (par exemple angle d'incidence). Le système de commande se charge alors d'agir sur les gouvernes de l'avion de façon à obtenir la position désirée pour l'avion.

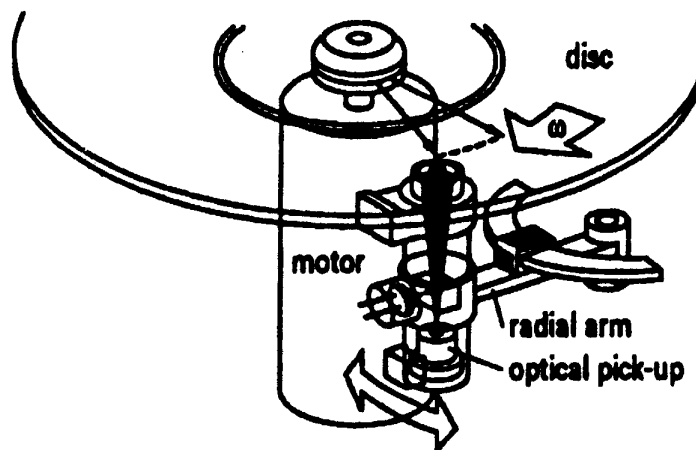


FIG. 7 – Asservissement d'un bras de lecteur CD

**La révolution numérique :** des ordinateurs et des systèmes d'électronique numérique de plus en plus performants et robustes qui effectuent des calculs de plus en plus rapidement (voir le tableau 1). Au début des années 80, les systèmes de commande par électronique numérique (parfois de véritables ordinateurs) se démocratisent : la puissance de calcul disponible pour 10.000 dollars en 1975 ne coûte plus que 50 dollars en 1980.

Le développement des systèmes d'électronique numérique est dû aux nombreux atouts qu'ils possèdent sur les systèmes d'électronique analogique. Par exemple :

- En analogique, pour modifier un système de commande, il est nécessaire de refaire un circuit électronique (au moins) ; en numérique, il suffit de modifier un programme informatique.
- En numérique, il est plus simple de faire communiquer des différents systèmes de commande, de mettre en place une structure de commande hiérarchisée, etc...
- Le numérique permet de mettre en œuvre à moindre coût des systèmes de commande suffisamment évolués pour commander des systèmes d'une très grande complexité.

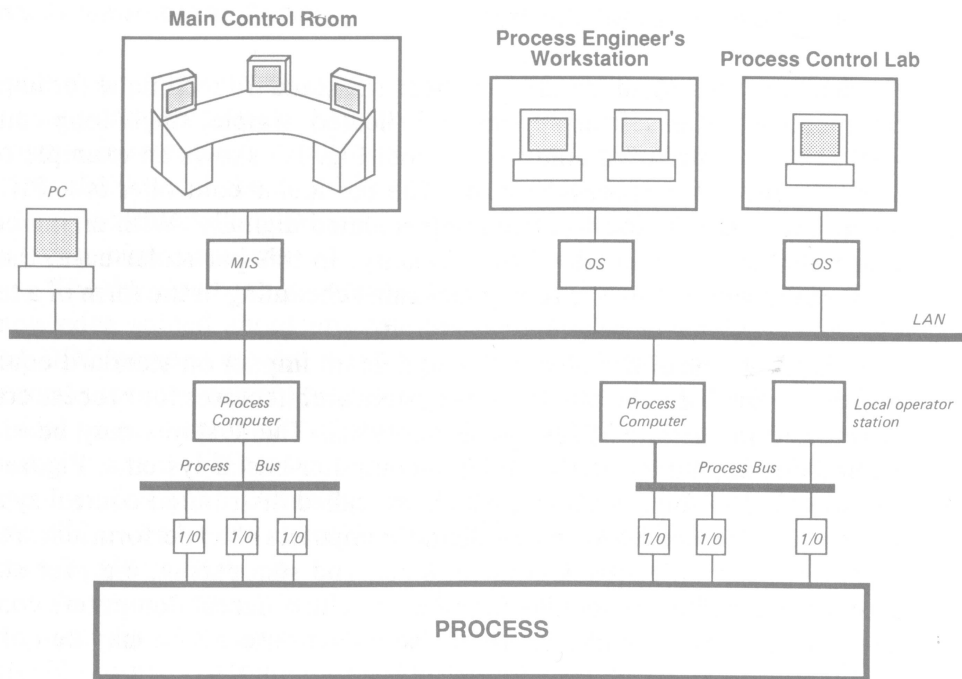


FIG. 8 – Commande hiérarchisée

**L'automatique au cœur des produits grand public** Contrairement au lecteur de disques vinyles (où l'aiguille du bras de lecture est guidée par le sillon du disque), sur le lecteur de disques CD, un système de commande est nécessaire pour positionner le bras supportant le rayon laser au dessus de la piste du CD qui doit être lue. La technologie du système de commande est évidemment de l'électronique (numérique).

**La commande des systèmes, indispensable pour faire "mieux"** Les automobiles conçues dans les années 80 n'incorporaient pas couramment de systèmes de commande automatiques (sauf bien sûr sur les modèles haut de gamme). Actuellement, on trouve couramment plusieurs systèmes de commande perfectionnés même sur des modèles économiques. On peut citer :

- *L'Injection électronique* Pendant longtemps, les carburateurs des moteurs automobiles ont été conçus pour fonctionner avec un rapport air sur carburant d'environ 15 avec des variations qui pouvaient aller jusqu'à 20 % ! Durant les années 70, aux Etats-Unis, pour se conformer à la (nouvelle) législation antipollution, les constructeurs ont été amenés à améliorer leurs carburateurs : la variation du rapport doit alors être de l'ordre de 3 à 5 %. La carburation traditionnelle fonctionne en boucle ouverte puisqu'aucune mesure du rapport n'est faite.

L'avènement des pots catalytiques a entraîné l'apparition de nouvelles exigences. En effet, pour qu'il fonctionne efficacement, le rapport air sur carburant doit être de 14.67 avec une variation inférieure à 1 % (voir Figure 9) ! Comme l'amélioration de la conception du carburateur (en boucle ouverte donc) ne permet au maximum qu'une précision de 3 %, avec un coût de réalisation important, il a fallu recourir à un système de commande par rétroaction.

- *L'ABS.*
- *L'ESP* ou "Electronic Stability Program" est un système de commande de la trajectoire du véhicule. Il permet d'assister le conducteur dans des situations de perte d'adhérence



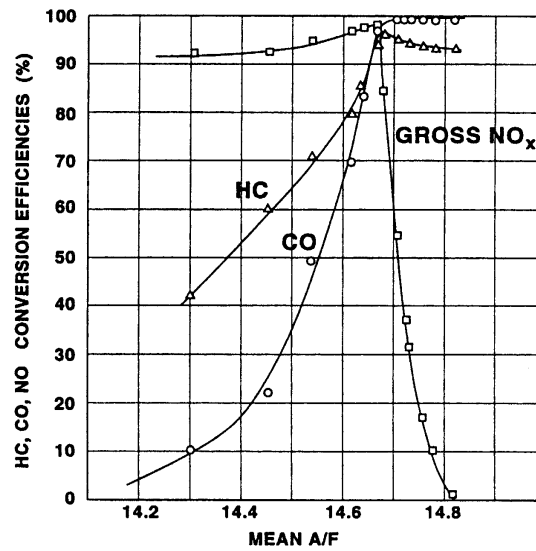


FIG. 9 – Efficacité du pot catalytique pour différents polluants en fonction du rapport air sur carburant

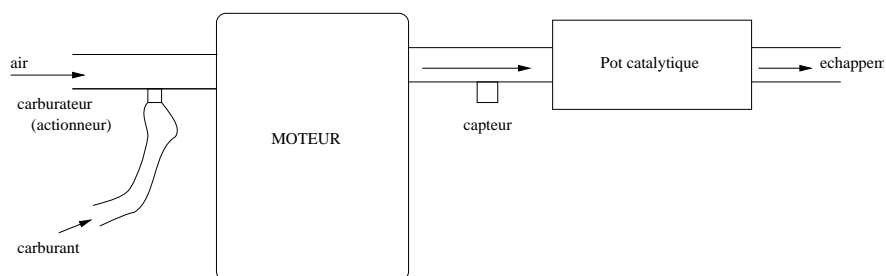


FIG. 10 – Principe de l'injection électronique

dans les virages. Pour cela, il mesure les mouvements du véhicules autours de son axe vertical et il agit sur le freinage des différentes roues de façon à maintenir le véhicule le long de la trajectoire imposée par le volant du conducteur. Ce système de commande améliore réellement la conduite car, en autres, son temps de réponse est beaucoup plus faible que celui d'un conducteur humain.

- Les *suspensions actives*.
- etc..

Tous ces systèmes de commande sont mis en œuvre sur des systèmes d'électronique (numérique). Leur apparition et leur développement ont accompagné l'introduction massive de l'électronique dans l'automobile durant ces douze dernières années.

L'utilisation de systèmes de commande n'est certes pas nécessaire pour faire rouler un véhicule. Elle est néanmoins incontournable pour

- réduire la consommation d'énergie et diminuer les émissions de polluants ;
- augmenter le confort tout en préservant la sécurité ;
- obtenir un bon niveau de performance pour un coût raisonnable.

De fait, il n'est actuellement plus possible de commercialiser un véhicule sans systèmes de commande y compris dans les modèles les plus bas de gamme<sup>2</sup>.

Photo copyright David Fairmann



FIG. 11 – Meteor Ligne 14 Métro parisien

**La commande des systèmes pour de meilleurs transports collectifs urbains** Lors du fonctionnement d'une ligne de Métro, l'un des problèmes les plus cruciaux est la présence de personnes sur les voies. D'une part, cela met en péril leur sécurité. D'autre part, même si celle-ci

<sup>2</sup>William E. Powers VP of Ford : "The automobiles of the 1990s are at least 10 times cleaner and twice as fuel efficient as the vehicles of the 1970s. These advancements were due in large part to distributed micro processor based control systems. Furthermore the resultant vehicles are safer, more comfortable and more maneuverable."

peut être préservée, cela peut entraîner l'indisponibilité de la ligne pendant plusieurs heures, soit une forte perturbation de l'acheminement des voyageurs dans des grandes agglomérations comme l'agglomération parisienne. C'est pour cela que les quais de la dernière ligne du métro parisien à avoir été construite, la ligne 14 (projet Meteor), sont dotés de murs en verre équipés de portes automatiques qui interdisent l'accès des voies aux usagers (voir la photographie Figure 11). Ces portes sont fermées en l'absence d'un métro à quai. Lorsqu'il est à quai, chacune de ses portes doit être en face d'une porte du quai. L'ouverture simultanée des portes du métro et des portes du quai permet alors aux usagers d'entrer ou de sortir des rames (voir la photographie Figure 12). Tout cela n'est possible que si le métro est capable de s'arrêter le long du quai



FIG. 12 – Meteor Ligne 14 Métro parisien

de la station dans une position bien déterminée. La précision exigée (erreur inférieure à 25 cm) est telle qu'un conducteur "humain" ne serait pas capable de la réaliser étant donnée la vitesse avec laquelle le métro doit arriver dans une station : pour obtenir précision et rapidité, il est absolument nécessaire d'équiper le métro d'un système de commande automatique. Ce métro est d'ailleurs entièrement automatisé.

**La commande des systèmes au secours des techniques traditionnelles** le transport de l'eau : la commande du niveau d'eau dans les canaux (d'irrigation) (voir figure 13) permet de faire de fortes économies en eau. On cite le chiffre de 30 % pour l'apport d'une commande automatique par rapport à une commande manuelle. Ne pas oublier que l'eau est une ressource stratégique dans tous les pays du monde.

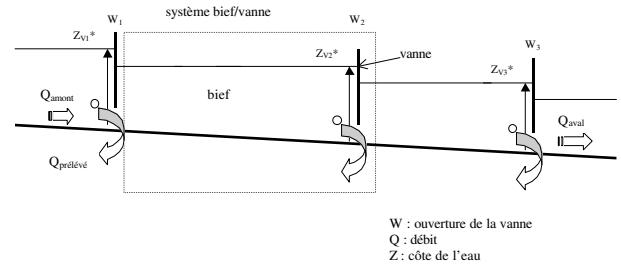


FIG. 13 – Commande de canaux d'irrigation

### 3 L'Automatique ou la Science des systèmes de commande

#### 3.1 L'Automatique, c'est quoi ?

L'Automatique est une Science de l'Ingénieur qui, pour un système à commander, développe des méthodes d'étude, de développement et de mise en œuvre de systèmes de commande afin d'obtenir une certaine performance. Tout comme une voiture ne se conduit pas comme un char d'assaut, il est nécessaire pour chaque système à commander de développer un système de commande adapté.

La performance à obtenir ayant été préalablement définie, l'étude, le développement et la mise en œuvre des systèmes de commande présentent deux aspects, un aspect fonctionnel et un aspect matériel.

- Fonctionnel : pour le système à commander considéré, comment le système de commande doit-il générer la commande en fonction de la consigne et de la mesure des sorties à commander ?
- Matériel : Comment réaliser matériellement la fonction qui a été précédemment déterminée ?

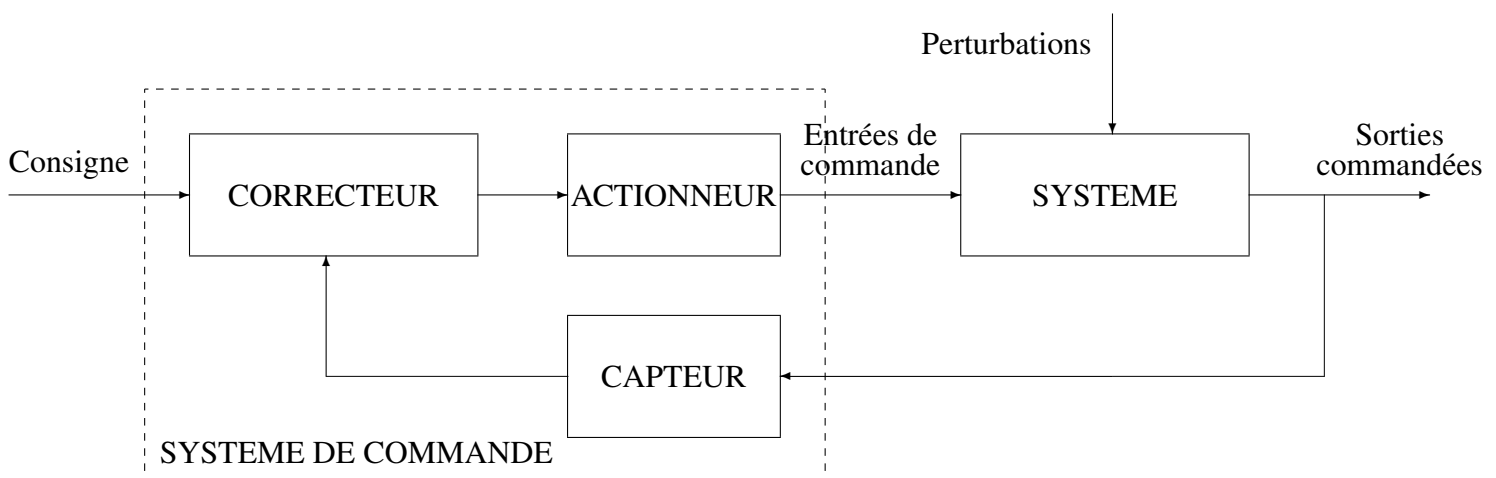


FIG. 14 – système en boucle fermé

Dans un système de commande “automatique”, on distingue trois éléments (voir Figure 14) :

**l’Observation** est réalisée par l’utilisation de *capteurs* : dans l’exemple du conducteur automobile, ce sont les yeux. De façon générale, un capteur est un système qui transforme une grandeur physique du système à commander fonction du temps (“signal physique”) en un signal utilisable (par exemple, un signal électrique).

**la Réflexion** est assurée par le **correcteur** : c’est le cerveau du conducteur. Le correcteur est très souvent un programme informatique exécuté sur un ordinateur ou tout autre système d’électronique numérique.

**l’Action** est réalisée via des *actionneurs* : ce sont les bras et les jambes du conducteur. Un actionneur peut être vu comme un système qui transforme un signal électrique en une grandeur physique, fonction du temps et agissant sur le système à commander (par exemple, les propulseurs du satellite).

Le cœur de l’Automatique est la mise au point de la partie “Réflexion”. L’étude fonctionnelle du correcteur est basée sur la recherche du modèle mathématique du système de commande, c’est-à-dire le modèle mathématique qui relie la commande à la consigne et à la mesure de la sortie. Pour cela, il est nécessaire de connaître le comportement dynamique du système à commander. Cette connaissance se présente généralement comme le modèle (mathématique) du système à commander. Une fois le modèle du système de commande déterminé, le système de commande est obtenu en réalisant un système physique admettant celui-ci pour modèle. Il faut se rappeler qu’un même modèle peut représenter des systèmes physiques différents : systèmes mécaniques, électriques, électroniques, calculateurs (électronique numérique), etc.. Cette liberté de choix peut être mise à profit pour choisir la meilleure solution économique et technologique (coût, fiabilité, facilité de maintenance, etc.).

Pourquoi l’Automatique est-elle une science à part entière ? Si on se réfère à l’exemple de la commande du niveau d’eau du réservoir de la cuvette d’un W.C., la mise au point d’un système de commande n’a pas l’air très compliquée : le tout est d’être dans ce cas-là suffisamment bon mécanicien. Cependant, mis à part cet exemple élémentaire, le fait d’être un bon mécanicien et/ou informaticien et/ou électronicien ne suffit pas toujours pour faire un système de commande qui fonctionne...

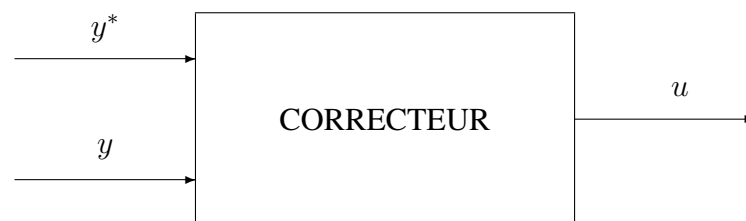


FIG. 15 – Correcteur

Dans la suite du document, afin de simplifier l’exposé, nous supposerons que les signaux d’entrée et de sortie de l’actionneur et du capteur sont identiques. De plus, la mesure de la sortie commandée à l’instant  $t$  est notée  $y(t)$ , la consigne  $y^*(t)$  et la commande  $u(t)$ .

### 3.2 Un exemple d’étude et développement d’un système de commande

Nous allons discuter de l’étude et développement d’un système de commande à travers l’exemple de la commande de la bille sur un rail (voir Figure 16). Bien qu’apparaissant ludique,

ce problème de commande présente certaines difficultés que présente la commande d'un satellite. En effet, nous avons vu dans le séminaire "modèles et systèmes" que le système "satellite" (voir Figure 6) et le système "bille sur le rail" sont représentés par des modèles similaires. Le modèle représentant le comportement dynamique du système, leurs systèmes de commande présentent des similitudes.

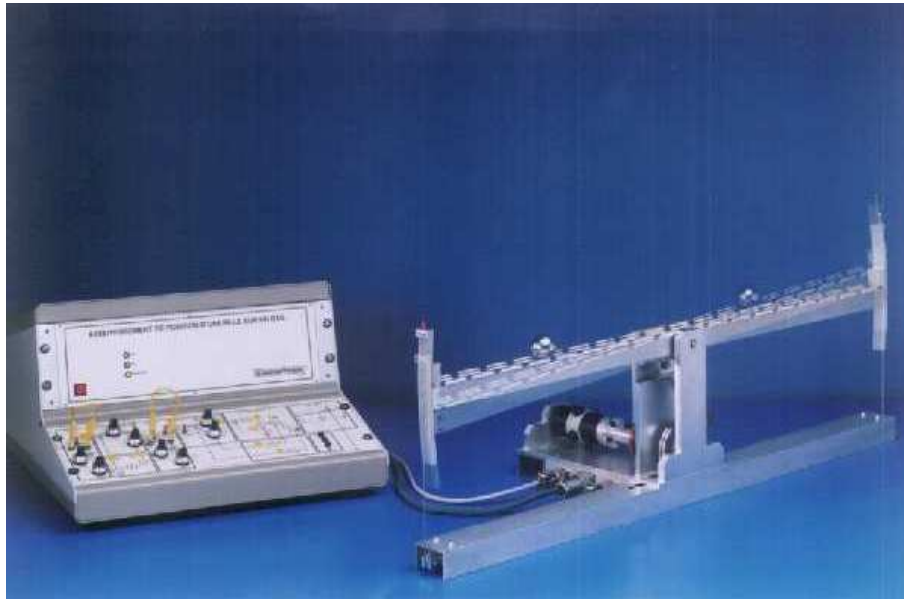


FIG. 16 – Photo du système bille sur un rail

Le système "bille sur un rail" est le système à commander. Rappelons qu'il se compose d'une barre rigide portant un rail, mobile autour d'un axe horizontal, et d'une bille roulant sur ce rail. L'inclinaison de la barre est assurée par un moteur électrique lié à la barre par un engrenage entraînant un système de câbles. A ce moteur est associé un circuit électronique qui permet d'imposer à la position angulaire de la barre autour de son axe horizontal une valeur déterminée dans l'intervalle  $[-10 \text{ degrés}, +10 \text{ degrés}]$ .

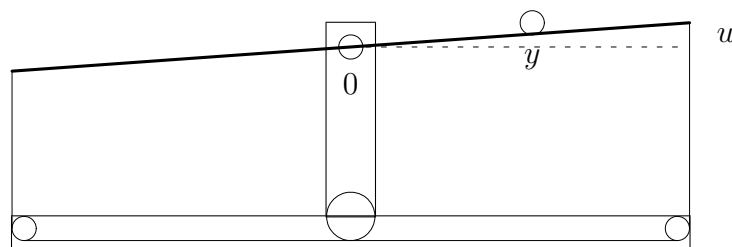


FIG. 17 – Vue de face du système bille sur rail

On désire commander le système de façon à imposer des valeurs constantes à la position de

la bille sur le rail : c'est la sortie commandée. Cette évolution dépend de la position angulaire de la barre. De plus, on est capable de fixer sa valeur à chaque instant : c'est donc l'entrée de commande. On obtient donc le schéma représenté Figure 18.

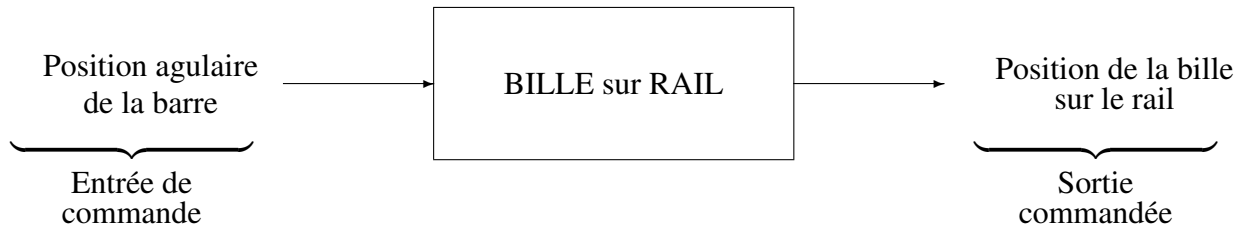


FIG. 18 – Le système bille sur rail

On définit, Figure 17 :

- $y(t)$  la position de la bille sur le rail à l'instant  $t$ , avec  $y(t) = 0$  quand la bille est au centre de la barre. De plus,  $y(t)$  est positif quand la bille se trouve à droite du centre ;
- $u(t)$  la position angulaire de la barre à l'instant  $t$ , avec  $u(t) = 0$  quand la barre est horizontale. De plus,  $u(t)$  est positif quand la barre penche vers la droite, sinon il est négatif (cas de la Figure 17).

Nous avons vu dans le séminaire “modèles et systèmes” que le système peut être modélisé par :

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} = ku(t) \quad (1)$$

Dans le cas du satellite, un problème de commande similaire revient à commander la position angulaire du satellite en orbite  $\theta(t)$  en appliquant une force  $F_c(t)$ .

Concentrons nous sur la commande de la bille sur le rail. Puisque nous ne connaissons pas encore les méthodes de l'Automatique, nous allons essayer de construire un système de commande en utilisant notre “bon sens”. Pour cela, examinons le comportement de la bille quand on donne à  $u(t)$  une valeur constante qui est :

- strictement positive : la barre penche vers la droite, donc la bille se déplace vers la droite et donc sa position  $y(t)$  doit augmenter au bout d'un certain temps ;
- strictement négative : la barre penche vers la gauche, donc la bille se déplace vers la gauche et donc sa position  $y(t)$  doit diminuer au bout d'un certain temps ;
- nulle : la barre est horizontale et donc sa position doit rester constante au bout d'un certain temps.

Par suite, si pour la position désirée  $y^*$  de la bille :

- $(y^*(t) - y(t)) > 0$  alors il semble intéressant de choisir  $u(t) > 0$  ;
- $(y^*(t) - y(t)) < 0$  alors il semble intéressant de choisir  $u(t) < 0$ .

Pour mettre en œuvre ces deux règles simples, on choisit comme correcteur un système sans mémoire défini par le modèle suivant :

$$u(t) = f(y^*(t) - y(t))$$

où  $f$  est une fonction telle que

- pour tout  $x > 0$ ,  $f(x) > 0$  ;

– pour tout  $x < 0$ ,  $f(x) < 0$ .

On va tester différents choix pour la fonction  $f$ , chaque choix correspondant à un type de correcteur.

Un premier choix élémentaire pour la fonction  $f$  peut être, avec  $M = 1$  :

$$x > 0 \quad f(x) = +M$$

$$x < 0 \quad f(x) = -M$$

ce qui correspond à un correcteur de type relais. Sa courbe caractéristique est représentée Figure 19, tracée en point-tirés.

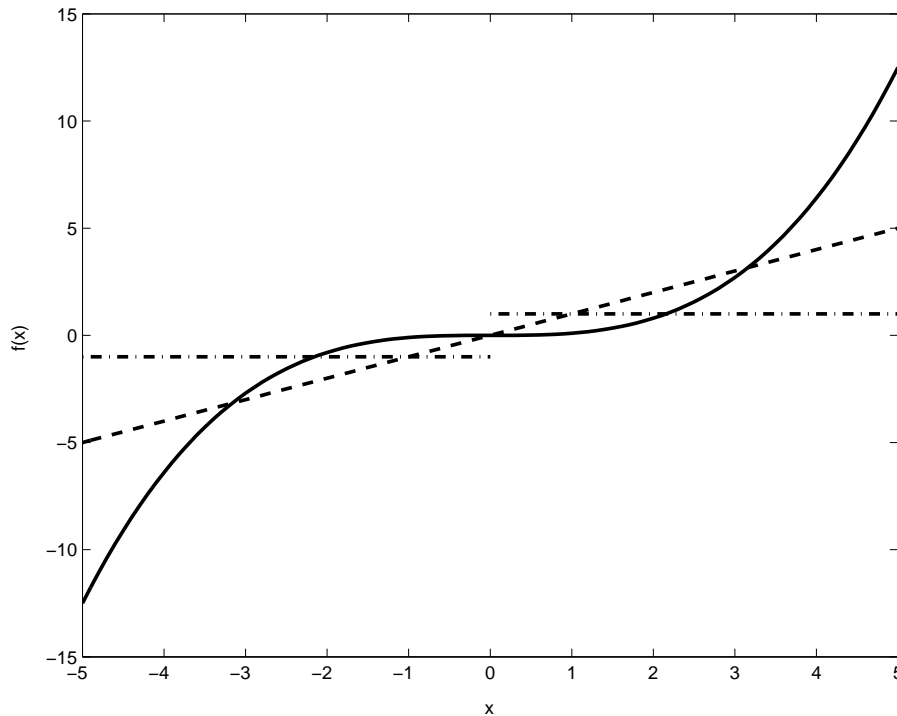


FIG. 19 – Courbes caractéristiques des différentes fonctions  $f$  envisagées

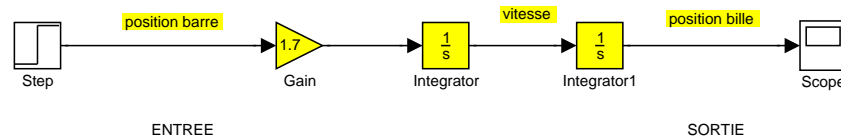


FIG. 20 – Simulation du modèle de la bille

Comment tester si un tel choix peut fonctionner ? Une première idée est d'utiliser le modèle du système "bille sur rail" défini par l'équation différentielle (1). Dans le séminaire "modèles et systèmes", nous avons vu qu'il était possible de calculer à l'aide d'un programme informatique quel est le signal de sortie de ce système pour un signal d'entrée donné (voir Figure 20). Il est possible de compléter le schéma de façon à étudier le comportement dynamique du système "bille sur rail" commandé par le correcteur relais (voir Figure 21, haut). Pour une consigne  $y^*(t)$  constante et égale à 1, on constate que la sortie commandée ne tend pas vers cette valeur



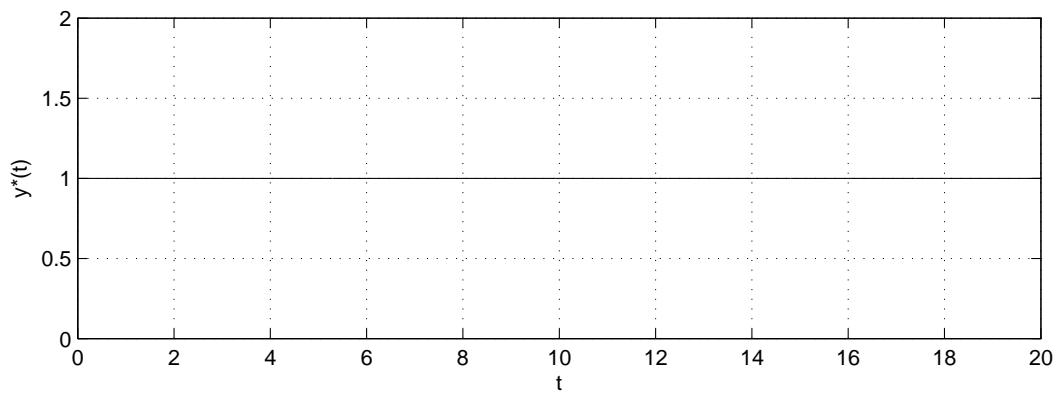
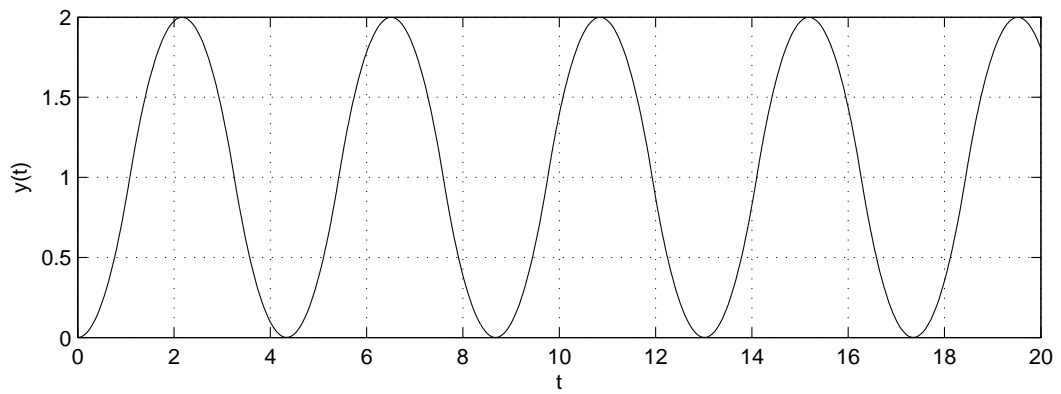
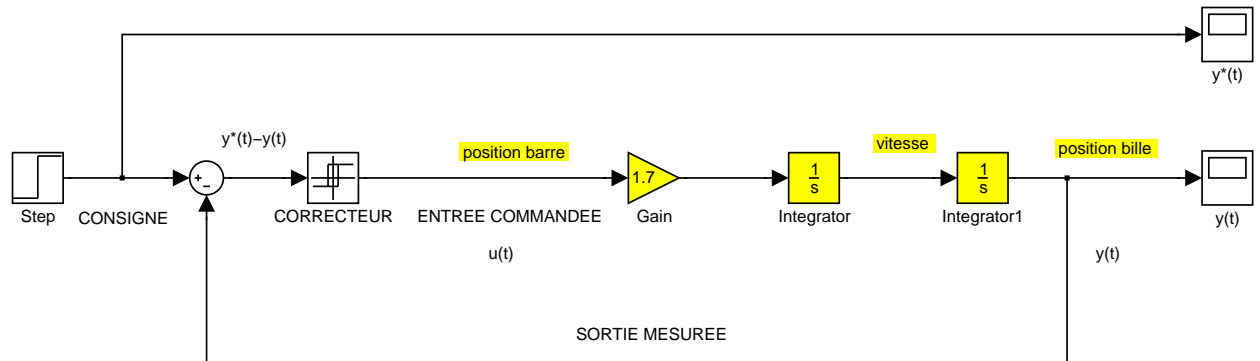


FIG. 21 – Commande par un correcteur relais

de 1 mais vers un signal périodique d'amplitude 1 (voir Figure 21, bas). Le problème n'est pas dû au choix de la valeur du paramètre  $M$  : on pourrait constater que pour d'autres valeurs de  $M$ , un tel comportement se reproduirait. Un correcteur de type relais ne permet donc pas de commander le système de façon satisfaisante.

On peut se demander si le problème ne vient pas du fait que la commande  $u(t)$  ne varie pas progressivement en fonction de l'écart ( $y^*(t) - y(t)$ ). On décide donc d'essayer un correcteur qui délivre une commande proportionnelle à cet écart. On fait donc le choix de :

$$f(x) = ax$$

avec  $a = 1$ . Sa courbe caractéristique est représentée Figure 19, tracée en traits tirés. On parle d'un *correcteur proportionnel*. Comme précédemment, on étudie le comportement du système en boucle fermée en utilisant la simulation des modèles (voir Figure 22, haut). Pour une consigne  $y^*(t)$  constante et égale à 1, on constate que la sortie commandée ne tend pas vers cette valeur de 1 mais ici encore vers un signal périodique d'amplitude 1 (voir Figure 22, bas). Le problème n'est pas dû au choix de la valeur du paramètre  $a$  : on pourrait constater que pour d'autres valeurs de  $a$ , un tel comportement se reproduirait.

On peut se demander si le problème ne vient pas du fait que la commande  $u(t)$  est trop importante pour des valeurs de l'écart ( $y^*(t) - y(t)$ ) qui sont faibles. On décide donc d'essayer un nouveau choix de  $f$  :

$$f(x) = \frac{1}{10}x^3.$$

Sa courbe caractéristique est représentée Figure 19, tracée en trait plein. Par rapport aux choix précédents, la valeur de la commande  $u(t)$  est notablement plus faible pour des valeurs faibles de ( $y^*(t) - y(t)$ ). Comme précédemment, on étudie le comportement du système en boucle fermée en utilisant la simulation des modèles (voir Figure 23, haut). Pour une consigne  $y^*(t)$  constante et égale à 1, on constate que la sortie commandée ne tend pas vers cette valeur de 1 mais vers un signal périodique d'amplitude 1 (voir Figure 23, bas).

Le problème est qu'en réalité il n'est pas possible de concevoir un système de commande satisfaisant si la commande  $u(t)$  à l'instant  $t$  ne dépend que de ( $y^*(t) - y(t)$ ) à l'instant  $t$ . Si par contre, on recherche un système de commande dans lequel la commande  $u(t)$  à l'instant  $t$  dépend de l'écart ( $y^* - y$ ) à l'instant  $t$  et aux instants antérieurs à  $t$ , c'est-à-dire sous la forme d'un système dynamique alors on peut obtenir un système de commande satisfaisant (voir Figure 24). La sortie  $y(t)$  tend bien vers la valeur de 1, avec un temps de réponse court, puisqu'inférieur à 4s.

Même sur un problème qui a l'air ludique, une approche naïve ne permet malheureusement pas de construire un système de commande satisfaisant. La première difficulté est que, sans méthodes scientifiques, le comportement d'un système dynamique est beaucoup plus difficile à appréhender que le comportement d'un système sans mémoire. Sans méthodes scientifiques, il est beaucoup donc plus difficile de concevoir un système dynamique qu'un système sans mémoire. La seconde difficulté dans notre problème est que le système de commande interagit sur le système à commander (c'est d'ailleurs sa fonction). Du fait de la rétroaction, le comportement du système en bouclé fermé est en général très différent du comportement du système à commander seul et du comportement du système de commande seul. Le fait de mettre en réseaux des systèmes avec des boucles de rétroaction peut faire émerger des comportements inattendu. Un exemple dans la nature est celui du cerveaux qui est la mise en réseaux de neurones.

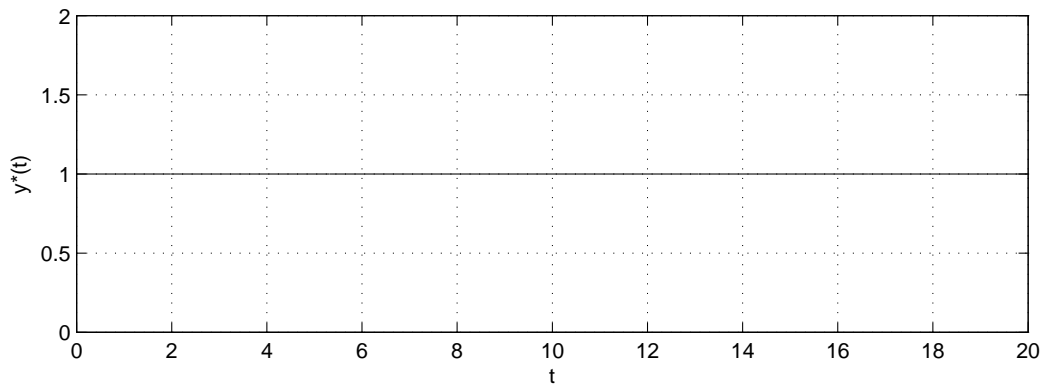
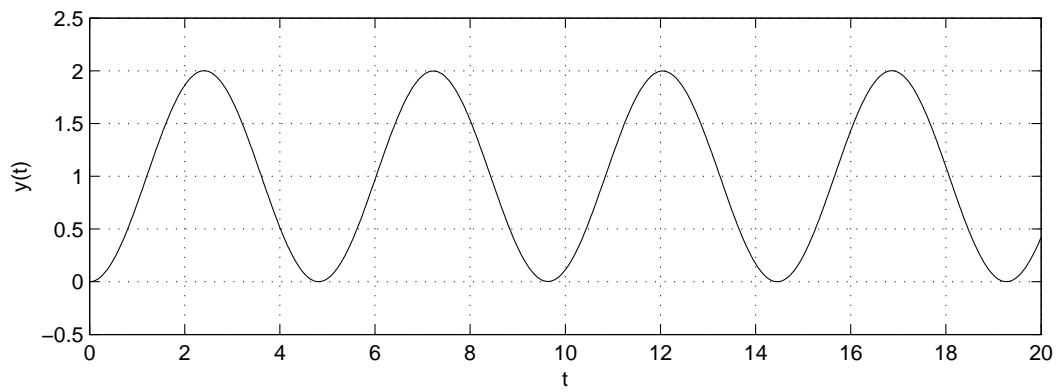
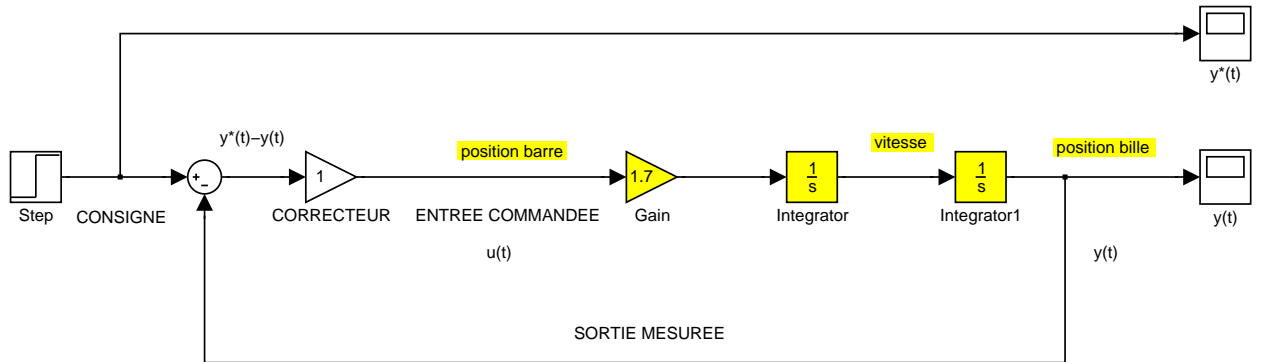


FIG. 22 – Commande par un correcteur proportionnel

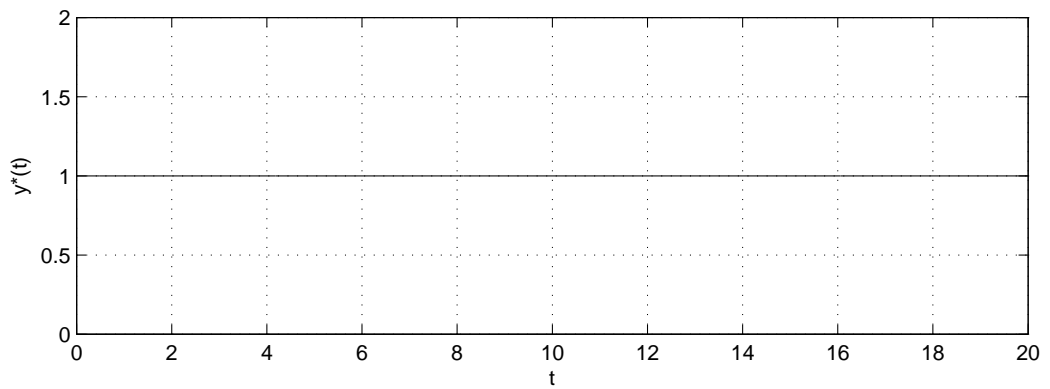
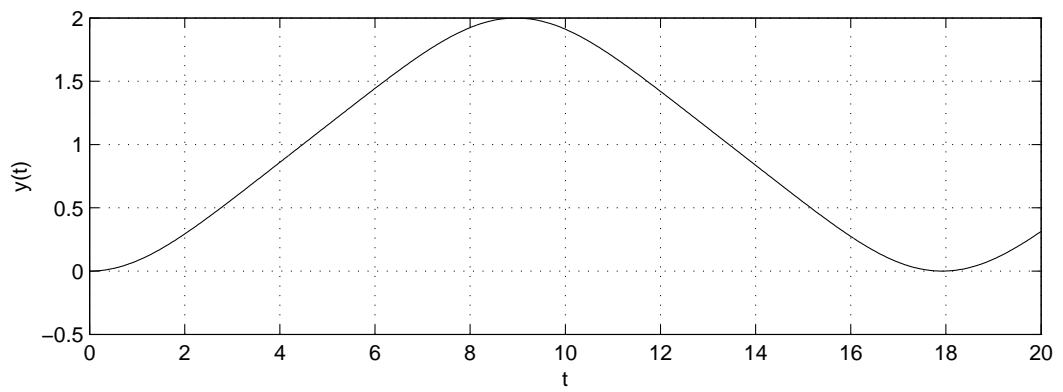
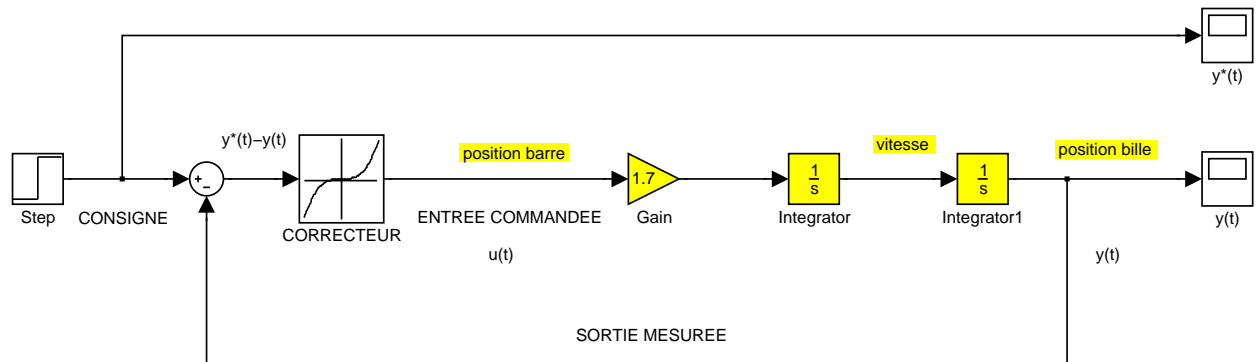


FIG. 23 – Commande par un correcteur non linéaire

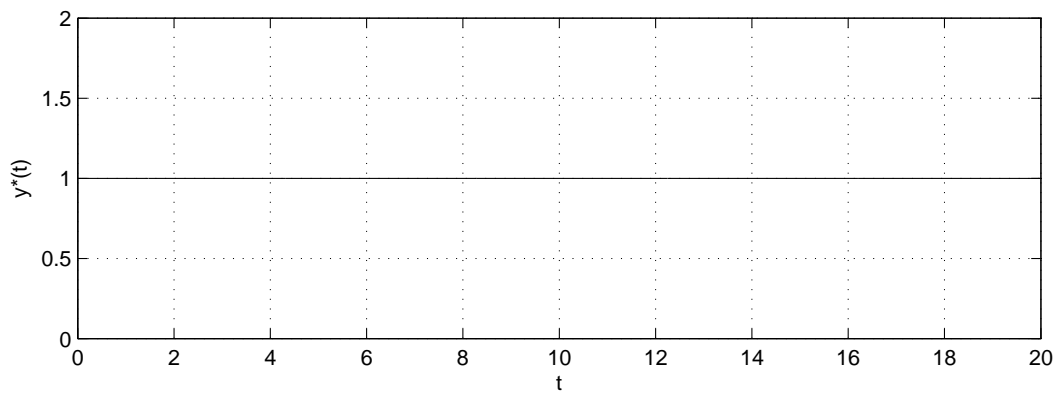
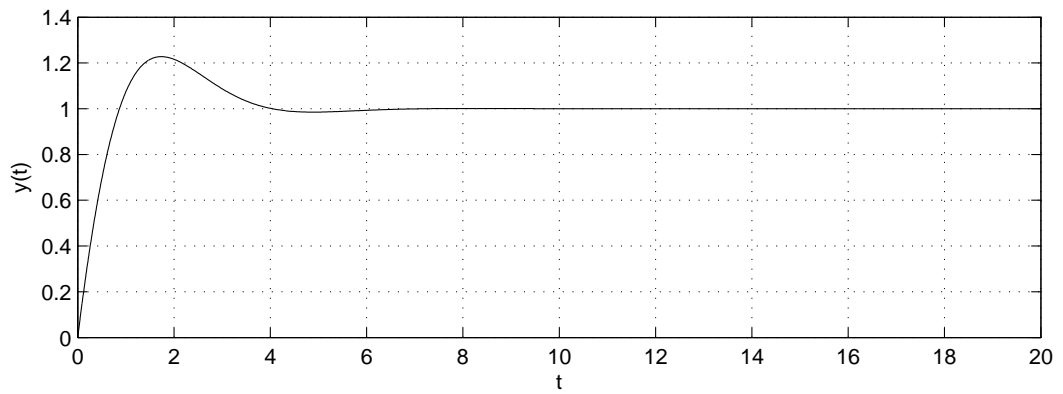
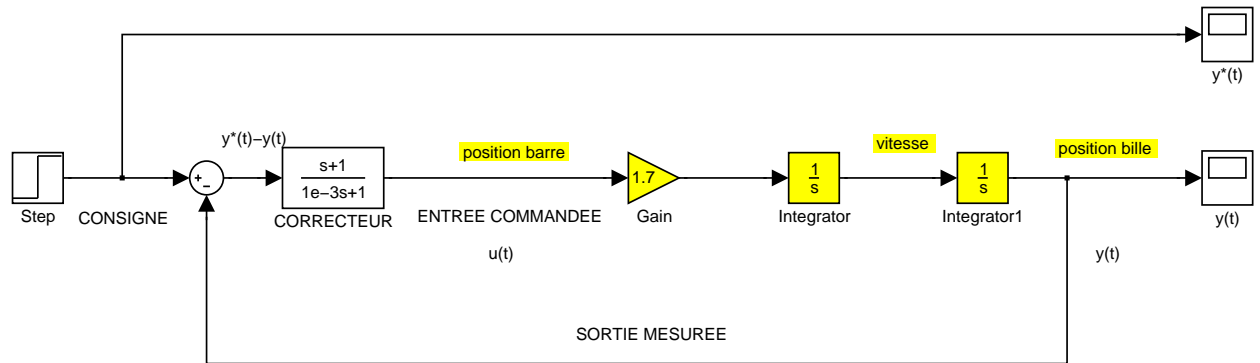


FIG. 24 – Commande par un correcteur dynamique

Comprendre le fonctionnement d'un neurone ne permet pas encore de comprendre le fonctionnement du cerveau lui-même. Sans méthodes scientifiques, il est difficile, à partir du simple bon sens, de prévoir le comportement du système en boucle fermée à partir du comportement du système à commander seul et du comportement du système de commande seul.

C'est pour cela qu'en Automatique ont été développées des méthodes systématiques et puissantes rendant possible la compréhension du comportement de systèmes en boucle fermée ainsi que la mise au point de systèmes de commande pour des systèmes technologiques y compris ceux d'une grande complexité. C'est d'ailleurs comme cela que le correcteur dynamique a été obtenu dans l'exemple précédent.

Ces méthodes expliquent le développement formidable des systèmes de commande relativement sophistiqués, y compris dans les applications grand public. Ces méthodes seront introduites au cours de la troisième année de Licence du parcours Science de l'ingénieur et ensuite développées dans le Master professionnel EEA de l'Université de Caen.

L'exemple présenté dans cette section est relativement simplifié afin de faciliter la compréhension. Dans la commande d'un système technologique plus réaliste, l'ingénieur doit prendre en compte d'autres points importants. On peut citer par exemple :

- le système à commander est parfois mal connu, ce qui veut dire que son modèle ne représente que de façon (parfois très) approximative son comportement ;
- le comportement dynamique du système à commander peut évoluer au cours du temps. Cette évolution peut être lente : il s'agit par exemple des effets de l'usure de ses composants. Elle peut être plus rapide : par exemple, dans une fusée, la variation de la quantité de carburant dans ses réservoirs change son comportement dynamique au cours de son lancement ;
- des pannes peuvent intervenir au niveau du système à commander, par exemple des capteurs qui tombent en panne, entraînant un fonctionnement en mode dégradé ;
- etc..

Comment prendre en compte tous ces points pour que le système de commande fonctionne effectivement ? L'Automatique développe un ensemble de méthodes de façon à aborder systématiquement tous ces problèmes.