Université de Caen
EXAMEN DE COMMANDE : Automatique continue
DESS AEII
vendredi 25 février 2005 de 8h30 à 10h

Seul un résumé des enseignements sur 4 pages manuscrites est autorisé. Le résumé devra être impérativement rendu avec la copie.

Les téléphones portables et ordinateurs même éteints ne sont pas autorisés. La note finale prendra en compte la qualité de la rédaction et des justifications des réponses.

1 Du réglage d'un PI par la méthode de Ziegler-Nichols

On considère un système à commander du troisième ordre :

$$G(p) = \frac{8}{(p+1)^3}$$

par un correcteur PI à un degré de liberté défini par :

$$C(p) = k^c \frac{p+a}{p}.$$

La méthode de réglage de PI de Ziegler-Nichols consiste à déterminer les deux paramètres du PI k^c et a à partir de deux grandeurs déterminées à partir de $G(p)$: K_u et T_u. K_u est la plus petite valeur d'un gain proportionnel k^c pour laquelle le système $G(p)$ bouclé sur

$$C(p) = k^c$$

se met à osciller. T_u est la période des oscillations. La méthode de Ziegler-Nichols consiste à choisir les deux paramètres du PI k^c et a tels que $k^c = 0.4K_u$ et $a = \frac{1}{0.8T_u}$.

La première partie de l'exercice consiste à la mettre en œuvre sur le problème considéré et à analyser le résultat obtenu.

A : Etude du réglage de Ziegler Nichols

1. A partir du diagramme de Bode de $G(p)$ figure 1, expliquer pourquoi on a $K_u = 1$ et $T_u = 3.7$ secondes. En déduire les paramètres du PI par la méthode de Ziegler Nichols.

2. A partir des tracés représentés figures 2, 3 et 4, déterminer les marges de phase, de gain et de module. Sont-elles satisfaisantes ? Donner une estimation du temps de réponse du système en boucle fermée pour un échelon de référence.

3. A partir du tracé représenté figure 2, déterminer approximativement $sup_\omega \left| \frac{C(j\omega)G(j\omega)}{1+C(j\omega)G(j\omega)} \right|$. Le dépassement à un échelon de référence sera-t-il important ?

4. Pour améliorer le comportement du système bouclé, comment modifieriez-vous les paramètres k^c et a ? Justifier en quelques mots.

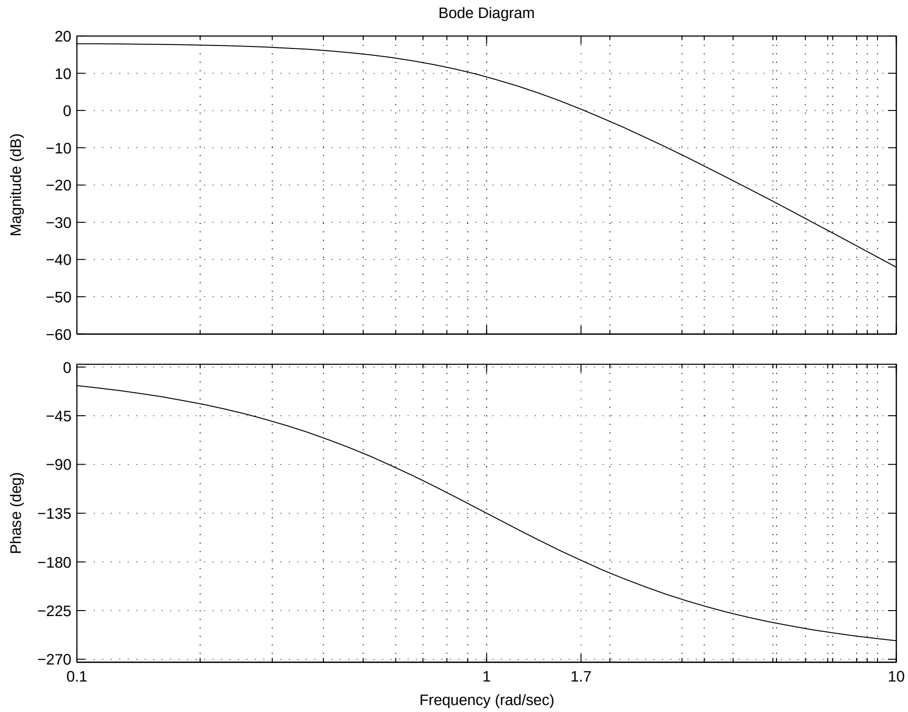

Figure 1: Diagramme de Bode de $G(p) = \dfrac{8}{(p+1)^3}$

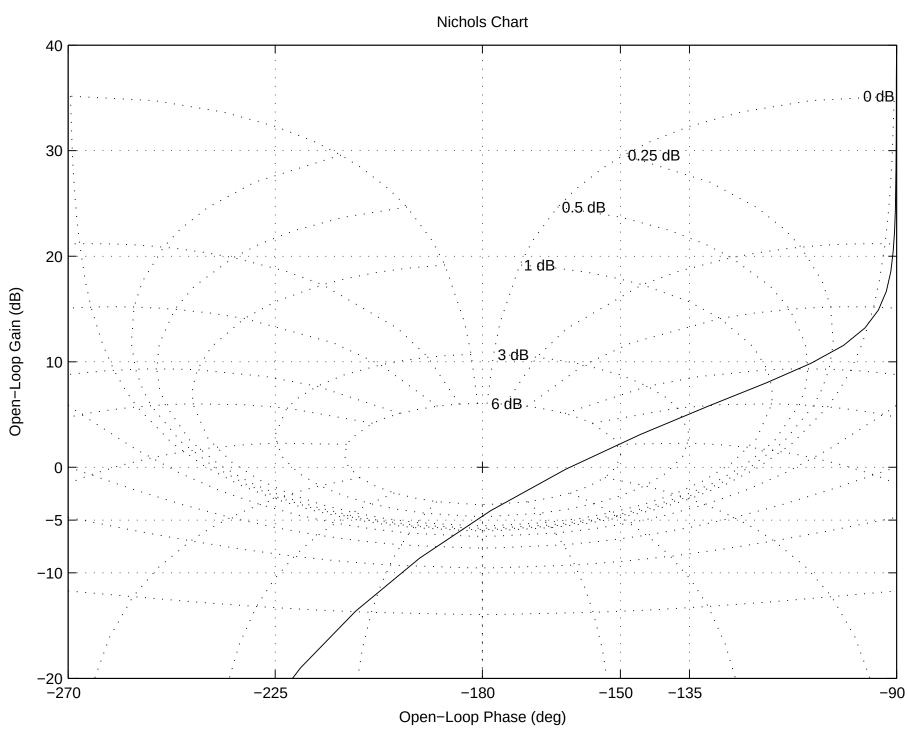

Figure 2: Diagramme de Nichols de la fonction de transfert $C(j\omega)G(j\omega)$

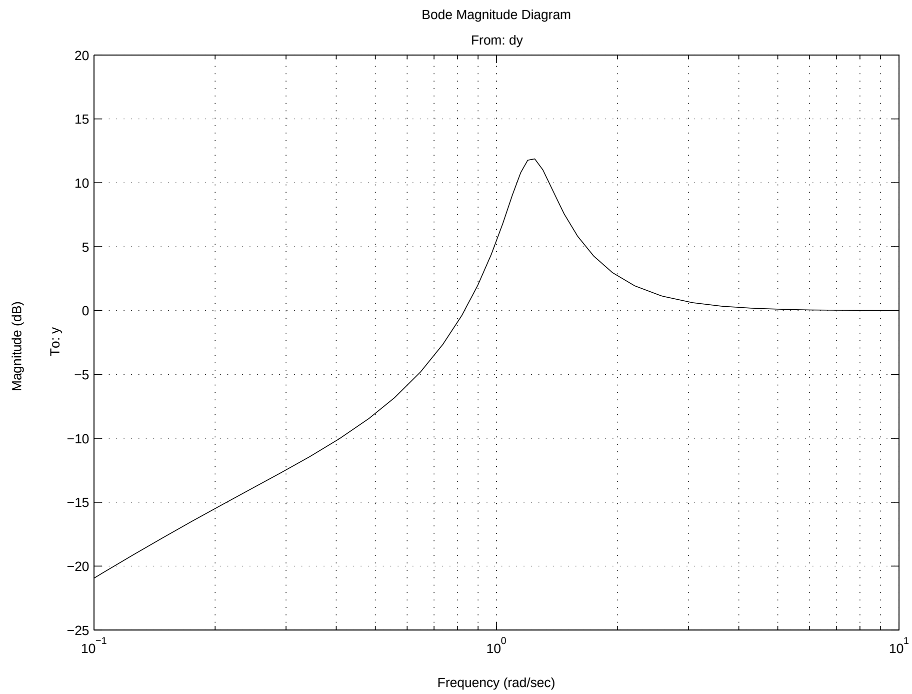

Figure 3: Diagramme de bode de la fonction de transfert $\dfrac{1}{1+C(j\omega)G(j\omega)}$

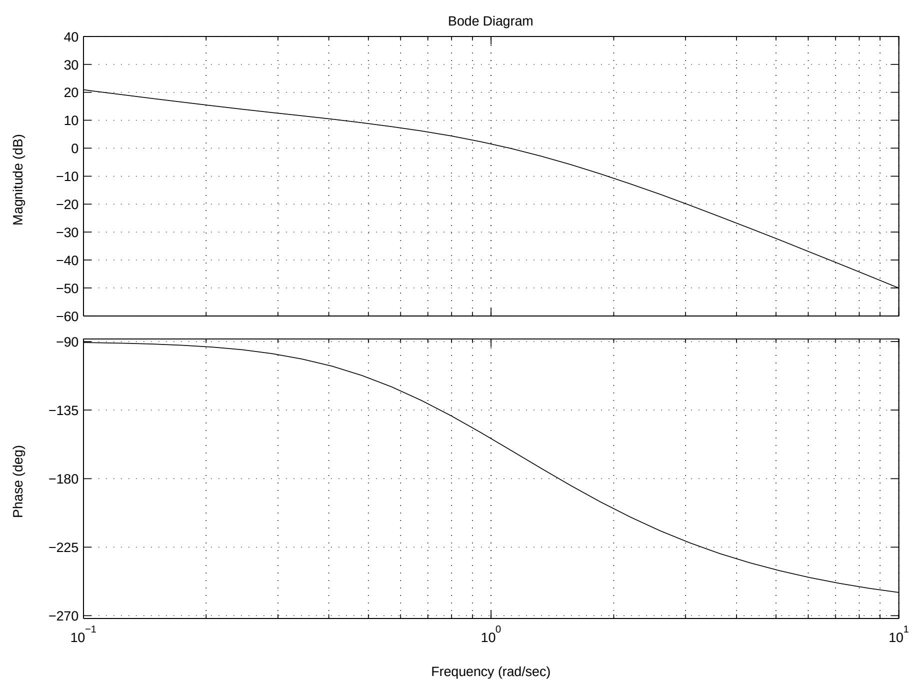

Figure 4: Diagramme de bode de la fonction de transfert $C(j\omega)G(j\omega)$

B : Réglage d'un correcteur PI

On désire remplir le cahier des charges suivant :

1. Les signaux de référence $y^\star$ considérés sont des échelons. La sortie doit tendre vers la valeur de l'échelon, sans erreur statique. L'évolution de la sortie en réponse à un signal de référence peut présenter un dépassement. Celui-ci doit rester inférieur à 20% de la valeur finale de l'échelon.

2. Les perturbations en échelon en entrée et en sortie du système sont rejetées.

3. Les marges de stabilité doivent être correctes.

Le temps de réponse t_r à un échelon de référence est mesuré par le temps du premier maximum. On désire avoir un temps de réponse $t_r = 5\ s$.

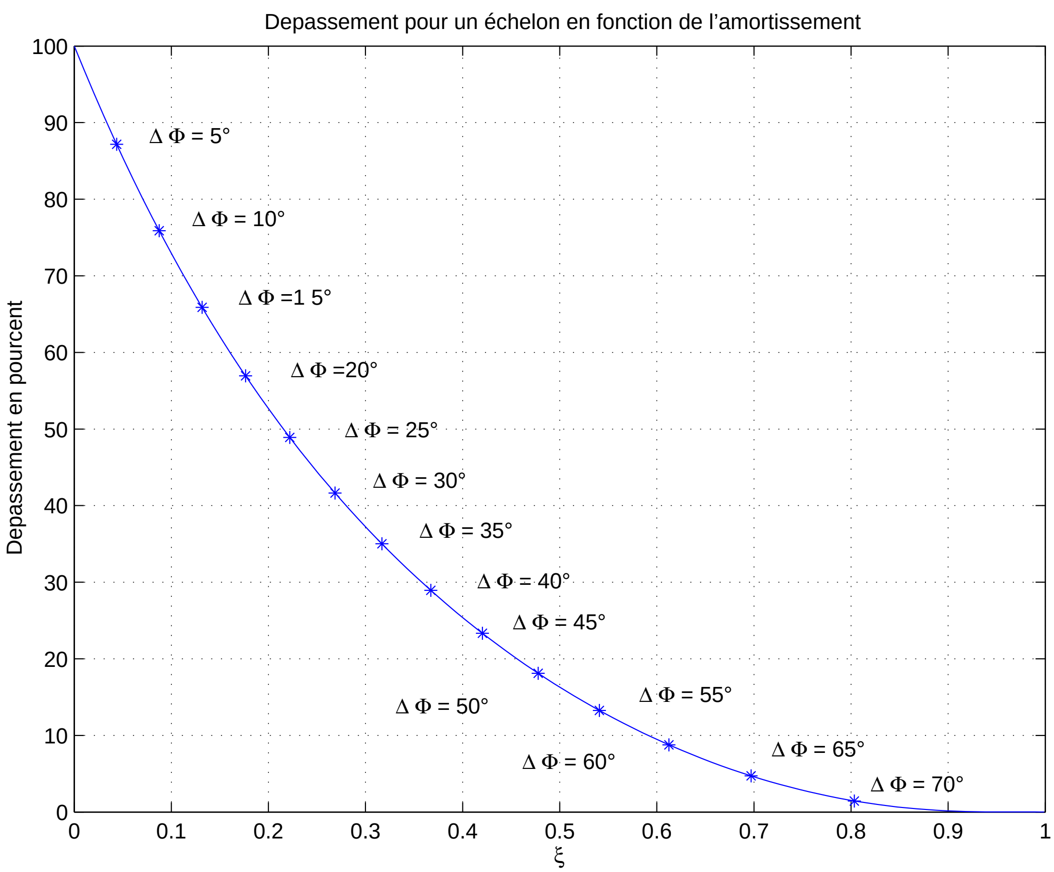

Figure 5: Relation entre la marge de phase de la boucle ouverte et le dépassement de la réponse à un échelon de la boucle fermée

1. En faisant l'approximation du second ordre, régler un correcteur Proportionnel Intégral (calculer a et k^c):
$$U(p) = k^c \frac{p+a}{p}(Y^\star(p) - Y(p))$$
Pour cela, on utilisera le tracé représenté figure 5.

2. A partir des tracés représentés figures 6, 7 et 8 avec le correcteur $C(p)$ déterminé à la question précédente, déterminer les marges de phase, de gain et de module. Sont-elles satisfaisantes? Donner une estimation du temps de réponse du système en boucle fermée pour un échelon de référence.

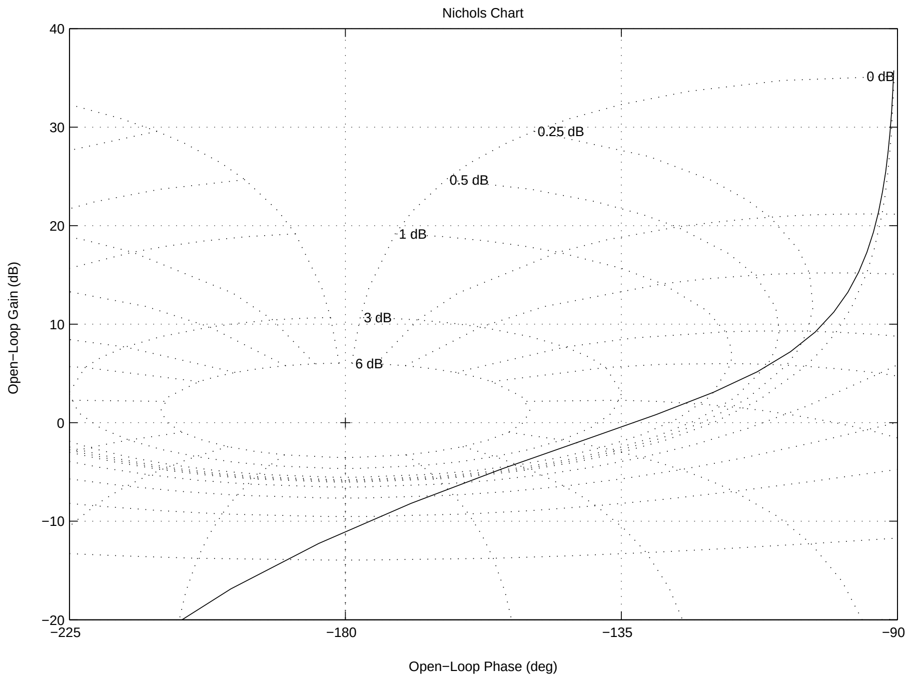

Figure 6: Diagramme de Nichols de la fonction de transfert $C(j\omega)G(j\omega)$

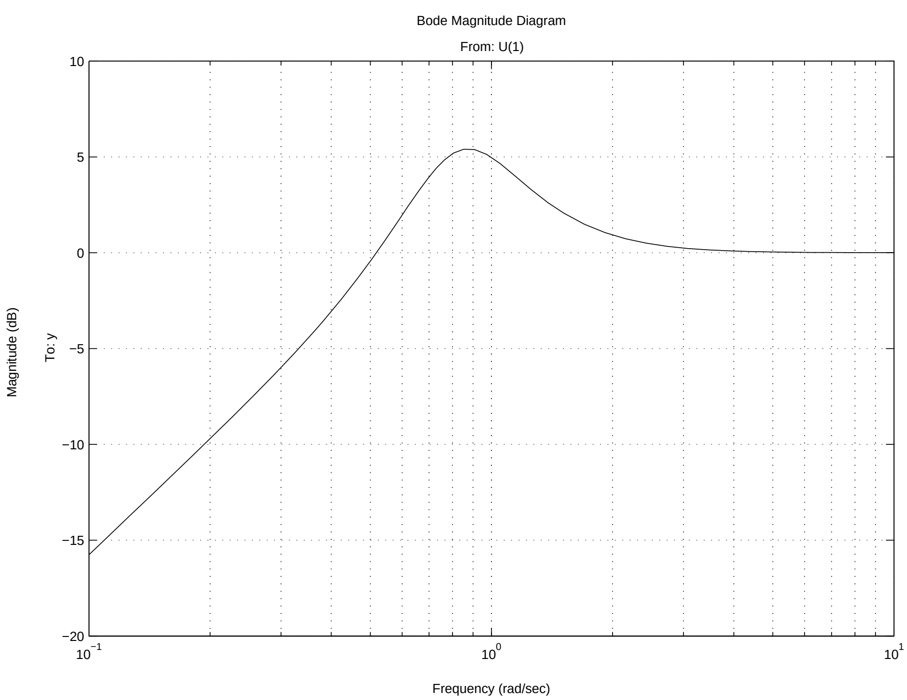

Figure 7: Diagramme de Bode de la fonction de transfert $\dfrac{1}{1+C(j\omega)G(j\omega)}$

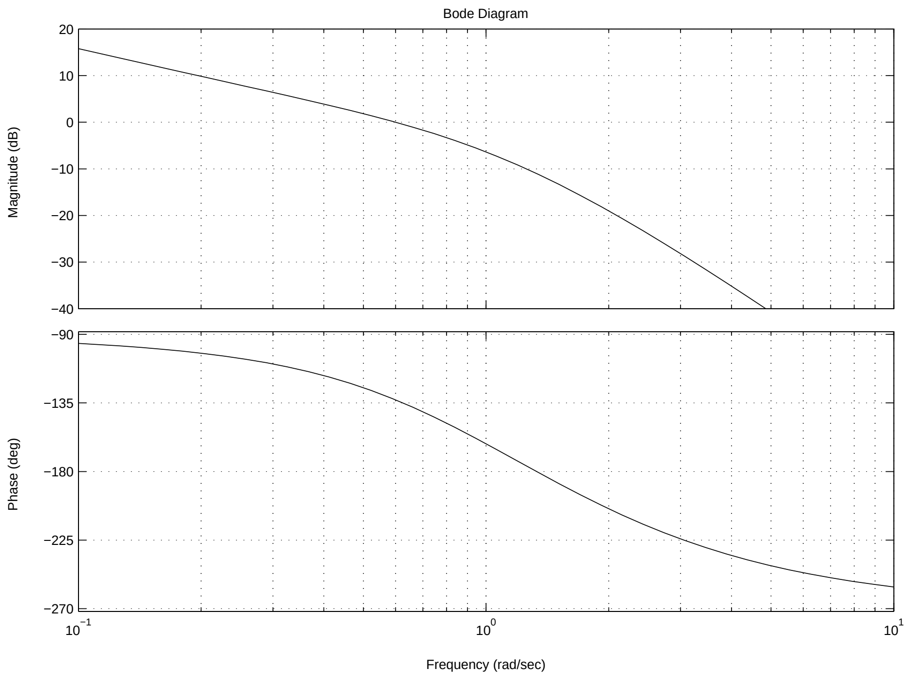

Figure 8: Diagramme de Bode de la fonction de transfert $C(j\omega)G(j\omega)$

3. A partir du tracé représenté figure 6, déterminer approximativement $sup_\omega \left|\dfrac{C(j\omega)G(j\omega)}{1+C(j\omega)G(j\omega)}\right|$. Le dépassement à un échelon de référence sera-t-il important ?

4. Comparer le correcteur obtenu à celui obtenu par la méthode de Ziegler-Nichols. Conclusions ?

2 Re-réglage d'un correcteur PI Avance de Phase

On considère un système $G(p)$ commandé par un correcteur PI avance de phase à un degré de liberté défini par :

$$C(p) = k^c \frac{p+a}{p} \frac{\tau_1 p + 1}{\tau_2 p + 1}.$$

Quel est l'influence d'une

1. diminution de k^c ;
2. augmentation de k^c ;
3. diminution de a ;
4. augmentation de a ;
5. diminution de τ_1 ;
6. augmentation de τ_1 ;
7. diminution de τ_2 ;
8. augmentation de τ_2

sur le temps de rejection d'une perturbation échelon en entrée de $G(p)$? Justifier en quelques mots.

3 Amélioration de la poursuite par un correcteur PI

On considère un système à commander du troisième ordre :

$$Y(p) = G(p)U(p) \quad \text{et} \quad G(p) = \frac{8}{(p+1)^3}$$

par un correcteur PI à un degré de liberté défini par :

$$U(p) = C(p)(Y^\star(p) - Y(p)) \quad C(p) = k^c \frac{p+a}{p}$$

avec $k^c = 0.042$ et $a = 0.66$.

A : Analyse de la poursuite par le correcteur PI

1. Calculer la fonction de transfert de la référence vers la sortie $T_{y^\star \to y}(p)$.

2. Donner une estimation du temps de réponse à un échelon de $T_{y^\star \to y}(p)$. Indice : Les racines du polynôme $p^4 + 3p^3 + 3p^2 + 1.336p + 0.222$ sont -1.58, $-0.50 \pm 0.30\sqrt{-1}$ et -0.41.

B : Amélioration du temps de réponse

On désire diminuer le temps de réponse en poursuite du système en boucle fermée. Pour cela, on considère dans cette section le correcteur suivant :

$$U(p) = C(p)(Y^\star(p) - Y(p)) + k_f Y^\star(p) \quad C(p) = k^c \frac{p+a}{p}$$

où $k^c = 0.042$ et $a = 0.66$ et où k_f est un gain à déterminer.

1. Représenter le schéma-bloc du système en boucle fermée avec ce correcteur.

2. Calculer la fonction de transfert de la référence vers la sortie $T_{y^\star \to y}(p)$ en fonction de k_f.

3. En déduire la valeur du gain k_f qui permet de compenser le pôle de la fonction de transfert $T_{y^\star \to y}(p)$ qui correspond à la dynamique la plus lente.