Université de Caen
EXAMEN DE COMMANDE : Automatique continue
DESS AEII
vendredi 14 mars 2003 de 10h15 à 11h15
Seul un résumé des enseignements sur 4 pages manuscrites est autorisé
Les téléphones portables même éteints ne sont pas autorisés. La note finale prendra en compte la qualité de la rédaction et des justifications des réponses.

1 Réponses fréquentielles et temporelles d'un système en boucle fermée

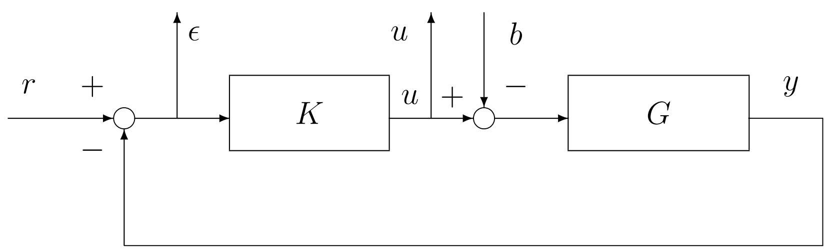

Figure 1: système bouclé avec un correcteur à un degré de liberté

On considère un moteur à courant continu asservi en position par un correcteur à un degré de liberté (voir figure 1). Trois correcteurs, correspondant à trois cahiers des charges différents, ont été mis au point. Sur les figures 2, 3 et 4, on a tracé les modules de quatre fonctions de transfert : $T_{r\to\epsilon} = S$ où S représente la fonction de sensibilité (en haut, à gauche), $T_{b\to\epsilon} = GS$ (en haut, à droite), $T_{r\to u} = KS$ (en bas, à gauche) et $T_{b\to u} = T$ où T représente la fonction de sensibilité complémentaire (en bas, à droite). D'autre part, pour les trois correcteurs, les réponses temporelles des systèmes en boucle fermée à un échelon de référence et à un échelon de perturbation ont été simulées : voir les figure 5, 6 et 7.

Malheureusement, on ne sait plus quelles réponses fréquentielles correspondent à quelles réponses temporelles (par exemple, les réponses fréquentielles de la figure 2 ne correspondent pas forcement aux réponses temporelles de la figure 5).

Pour chaque figure représentant les réponses fréquentielles d'un système en boucle fermée déterminer la figure représentant les réponses temporelles correspondantes. Chaque choix devra être *impérativement* justifié avec au moins trois arguments : au moins 1 basé sur le tracé de $|S(j\omega)|$, au moins 1 basé sur le tracé de $|K(j\omega)S(j\omega)|$ et au moins 1 basé sur le tracé de $|G(j\omega)S(j\omega)|$.

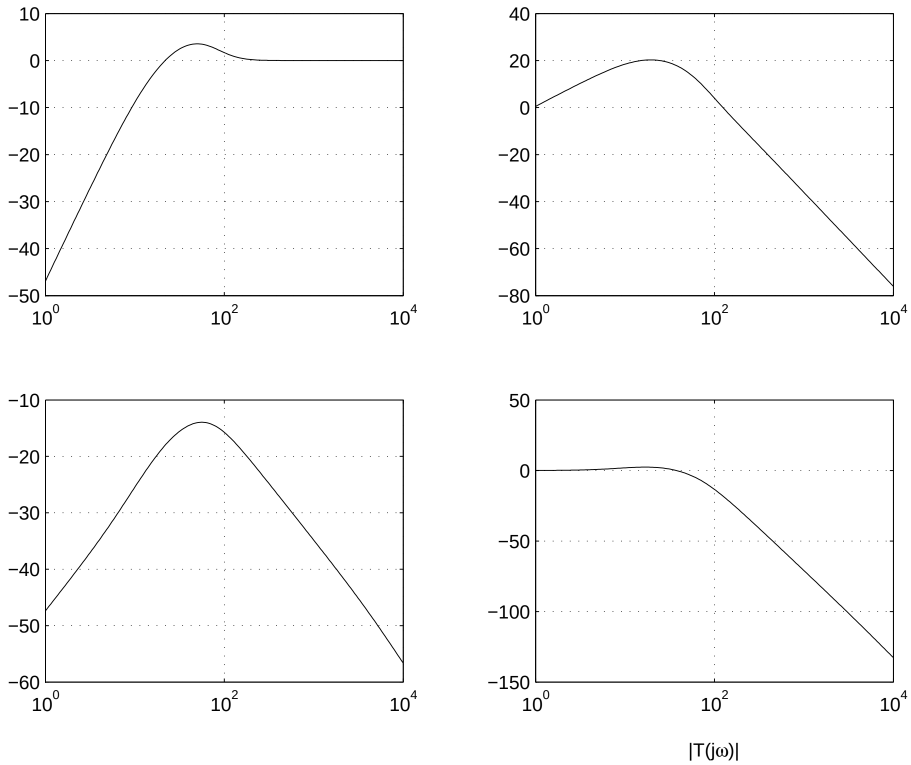

Figure 2: Tracés fréquentiels numéro 1

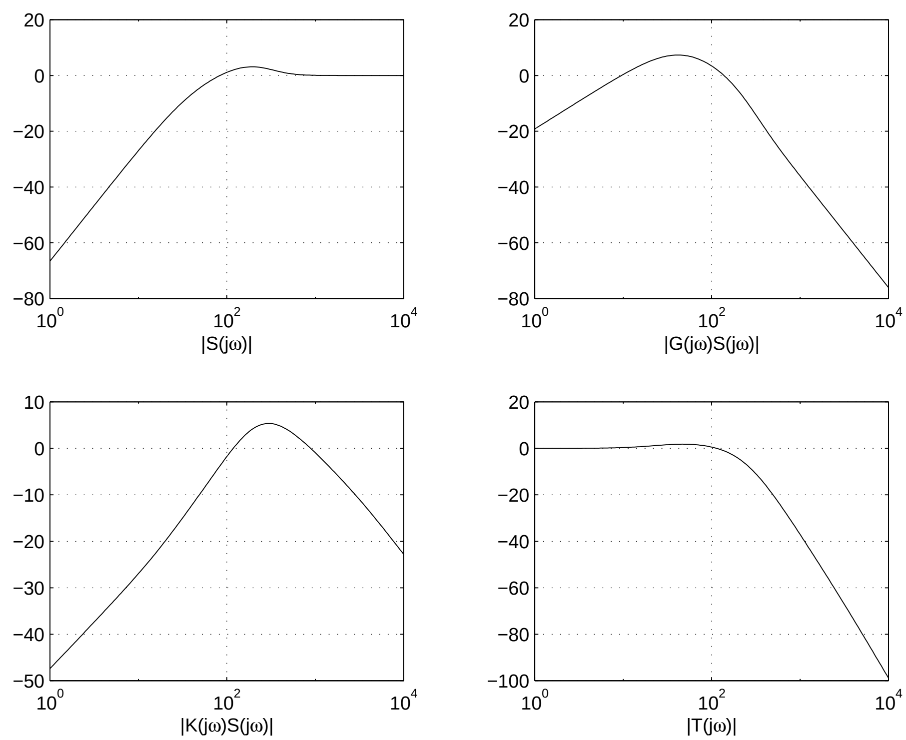

Figure 3: Tracés fréquentiels numéro 2

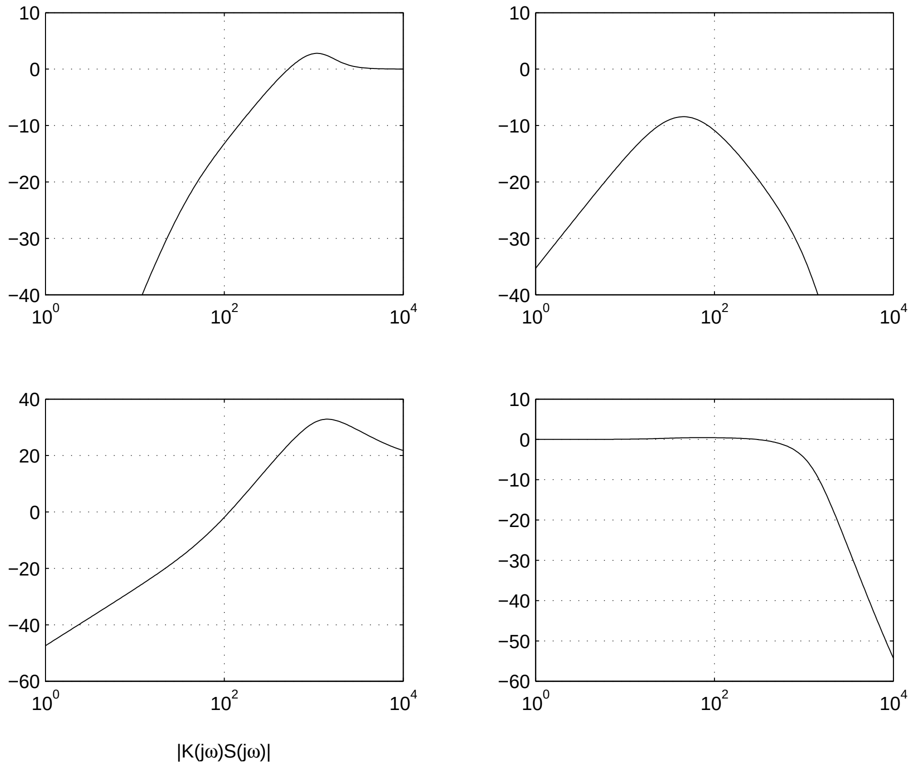

Figure 4: Tracés fréquentiels numéro 3

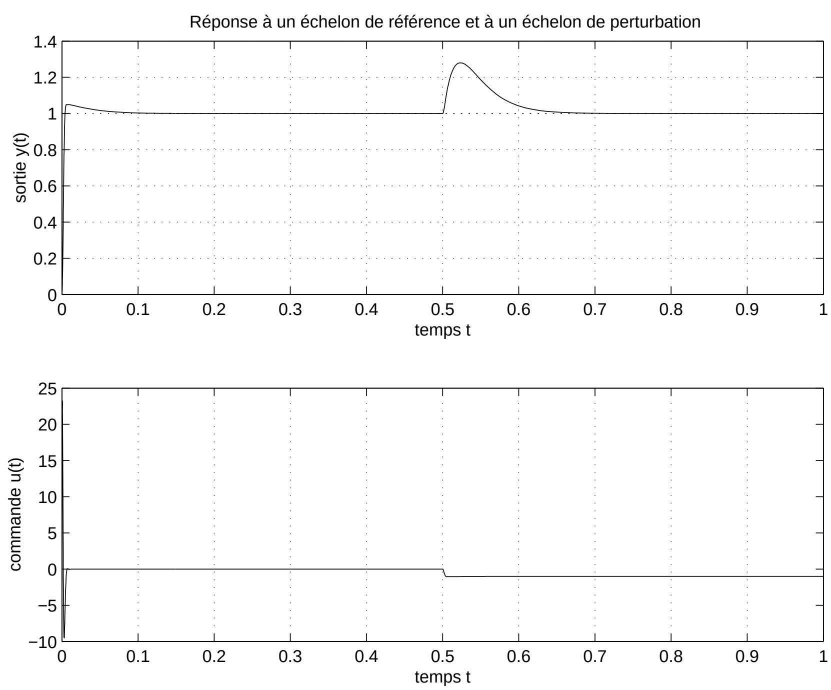

Figure 5: Réponses temporelles numéro 1

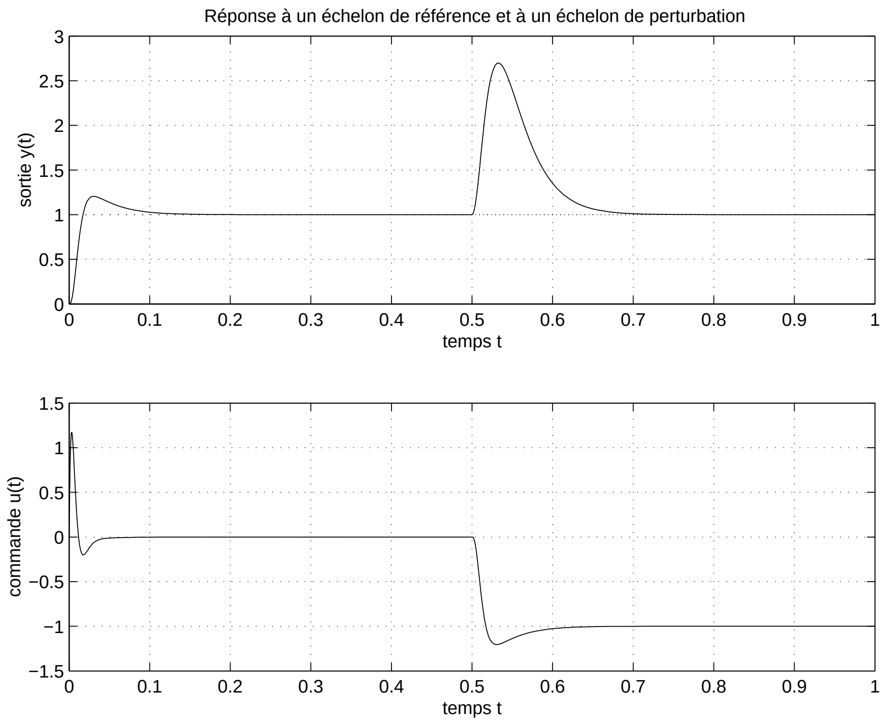

Figure 6: Réponses temporelles numéro 2

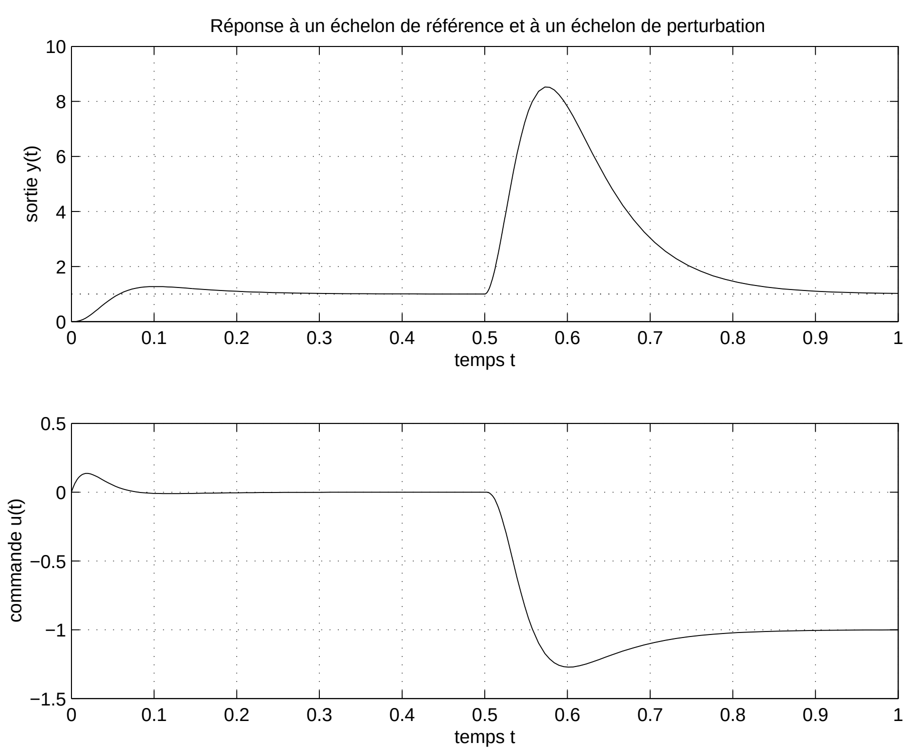

Figure 7: Réponses temporelles numéro 3

2 Boucle ouverte versus boucle fermée

A partir du diagramme de Nichols de la fonction de transfert stable $L(j\omega)$ représenté sur la figure 8 (fonction de transfert en boucle ouverte), déterminer pour la fonction de transfert :

$$T(j\omega) = \frac{L(j\omega)}{1 + L(j\omega)}$$

1. la marge de gain

2. la marge de phase

3. $sup_\omega|T(j\omega)|$

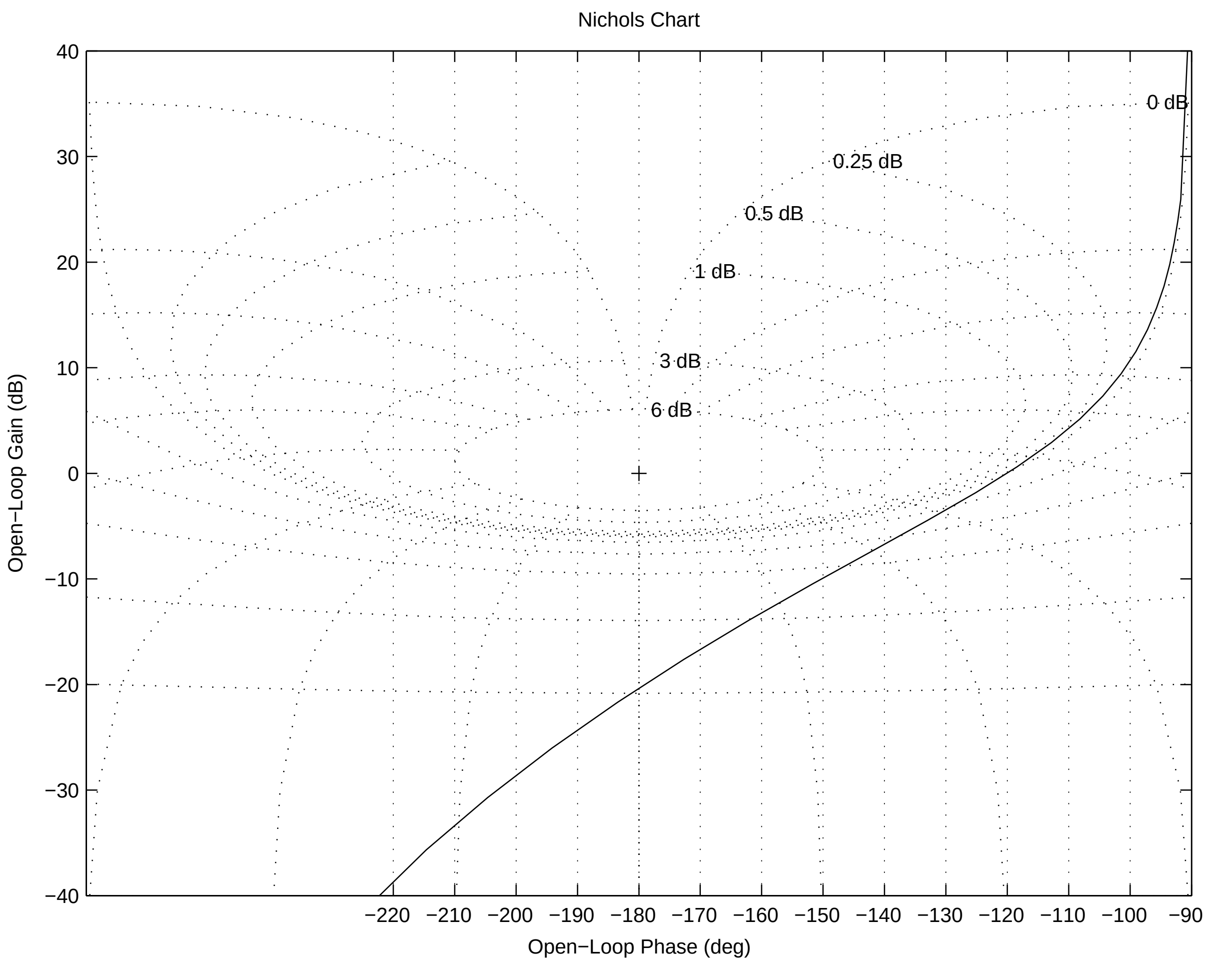

Figure 8: Diagramme de Nichols de la fonction de transfert $L(j\omega)$

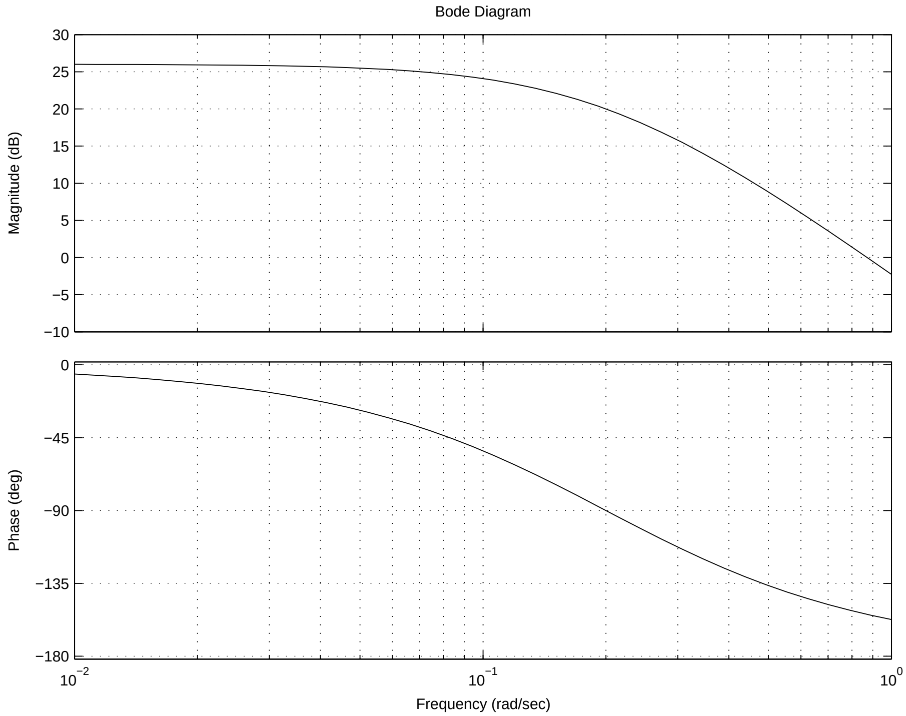

Figure 9: Diagramme de Bode de $G(p) = K\frac{1}{(T_1 p+1)^2}$

3 Réglage d'un correcteur en Automatique fréquentielle

On désire régler une loi de commande continue pour un procédé décrit par le modèle suivant :

$$y(p) = G(p)u(p) \quad \text{avec} \quad G(p) = K\frac{1}{(T_1 p+1)^2}$$

où $K = 20$ et $T_1 = 5$. De plus, $y(p)$ est la sortie à commander et $u(p)$ est la commande à appliquer.

Question 1 Le diagramme de Bode du système est représenté sur la figure 9. On désire remplir le cahier des charges suivant :

1. Les signaux de référence r considérés sont des échelons. La sortie doit tendre vers la valeur de l'échelon, sans erreur statique. L'évolution de la sortie en réponse à un signal de référence, présenter un dépassement. Celui-ci doit rester inférieur à 5% de la valeur finale de l'échelon.

2. Les perturbations en échelon en entrée et en sortie du système sont rejetées.

3. Les marges de stabilité doivent être correctes.

Le temps de réponse t_r à un échelon de référence est mesuré par le temps du premier maximum. Dans un premier temps, on désire avoir un temps de réponse $t_r = 15\ s$.

En faisant l'approximation du second ordre, régler un correcteur Proportionnel Intégral (calculer a et k^c):

$$u(p) = k^c \frac{p+a}{p}(r(p) - y(p))$$

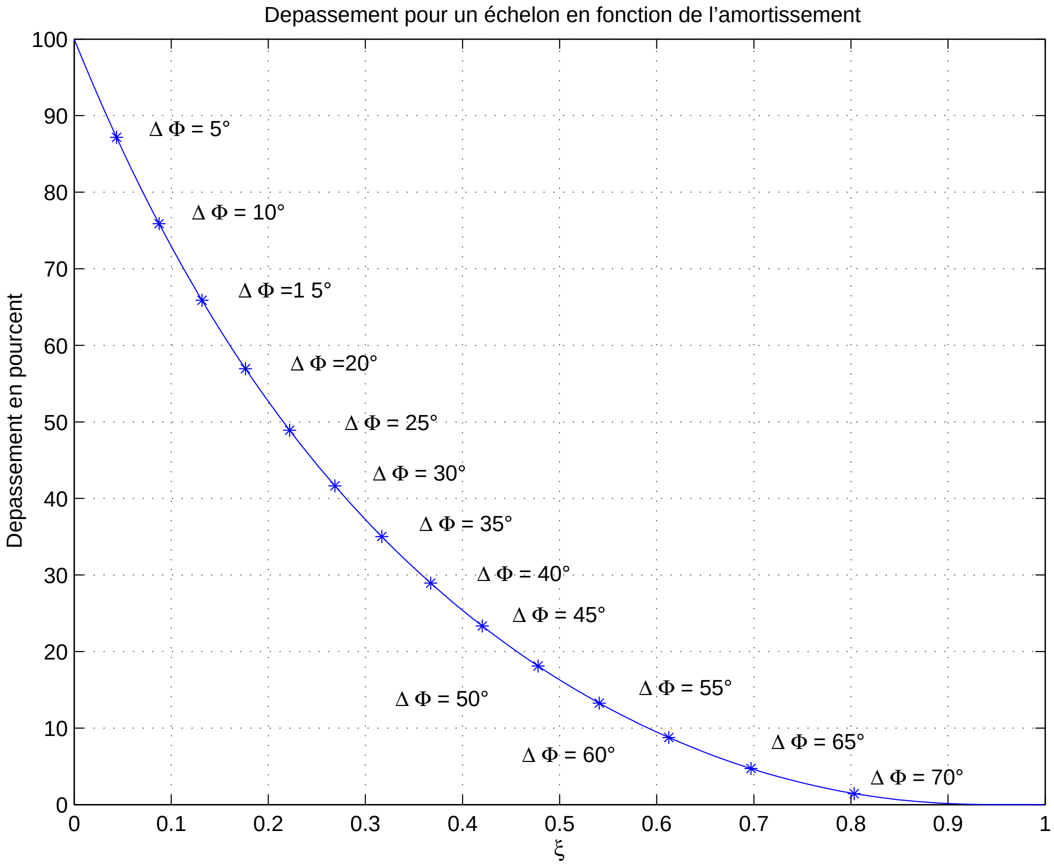

Figure 10: Relation entre la marge de phase de la boucle ouverte et le dépassement de la réponse à un échelon de la boucle fermée

On pourra utiliser le diagramme représenté figure 10.

Question 2 Toujours pour le système à commander $G(p)$ (mais pour un cahier des charges différents de celui de la question 1), on a mis au point deux correcteurs PI :

$$K_1(p) = 0,02\frac{p + 0,2}{p}$$

et

$$K_2(p) = 0,02\frac{p + 0,4}{p}$$

On donne leur diagramme de Bode sur la figure 11. Lequel des deux assure le rejet de perturbation le plus rapide ? Justifier en deux mots.

4 Commande par modèle interne

On désire mettre au point un correcteur par modèle interne pour le système à commander $G(p)$ (voir figure 12) :

$$G(p) = \frac{k_G}{\tau_1 p + 1}$$

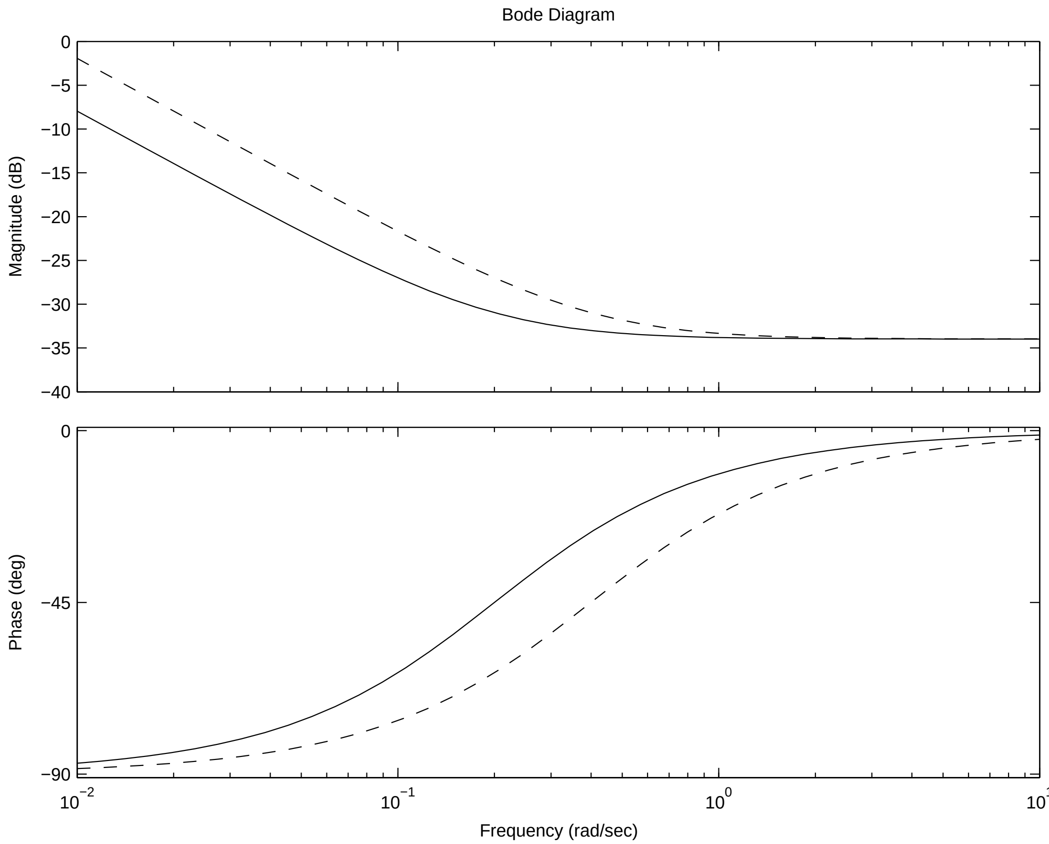

Figure 11: Diagramme de Bode de $K_1(p)$ et de $K_2(p)$

avec $\tau_1 = 0,3s$. On désire remplir le cahier des charges suivant :

1. Les signaux de référence r considérés sont des échelons. La sortie doit tendre vers la valeur de l'échelon, sans erreur statique, avec un temps de montée de $0,1s$. L'évolution de la sortie en réponse à un signal de référence ne doit pas présenter un dépassement.

2. Les perturbations en échelon en entrée et en sortie du système sont rejetées.

3. Les amplitudes de commande doivent être raisonnables.

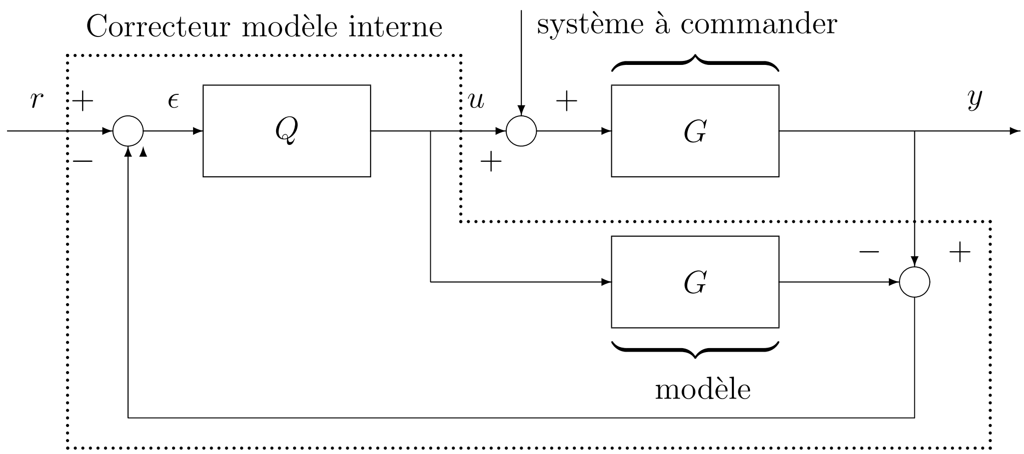

Figure 12: Structure d'un correcteur modèle interne

Questions

1. Parmi les différentes structures de filtres $Q(p)$ suivantes, laquelle choisiriez-vous pour remplir le cahier des charges :

   (a) $Q(p) = \dfrac{1}{k_G}$

   (b) $Q(p) = \tau_1$

   (c) $Q(p) = \dfrac{\tau_1 p + 1}{\tau_2 p + 1}$

   (d) $Q(p) = \dfrac{1}{k_G} \dfrac{p + \dfrac{1}{\tau_2}}{p + \dfrac{1}{\tau_1}}$

   (e) $Q(p) = \dfrac{1}{k_G} \dfrac{\tau_1 p + 1}{\tau_2 p + 1} \dfrac{1}{\tau_3 p + 1}$

   (f) $Q(p) = \dfrac{p + \dfrac{1}{\tau_1}}{p + \dfrac{1}{\tau_1}} \dfrac{1}{\tau_3 p + 1}$

   (g) $Q(p) = \dfrac{\tau_1 k_G}{\tau_3 p + 1}$

   Le choix devra être justifié.

2. Déterminer les différents paramètres de la structure choisie pour $Q(p)$.