

Master EEA 1A, Pro AEII et Recherche ESCI

Examen: Réseaux de Petri

AE406T2

durée: 1h30

Responsable : G. Scorletti

Chaque candidat doit, au début de l'épreuve, porter son nom dans le coin de la copie qu'il cachera par collage après avoir été pointé. Il devra en outre porter son numéro de place sur chacune des copies, intercalaires, ou pièces annexées. Aucun document autorisé. Les téléphones portables (même éteints) calculatrices et ordinateurs de poche ne sont pas autorisés. La note finale prendra en compte la qualité de la rédaction et des justifications des réponses.

Tous les exercices sont indépendant

1 Questions de cours

1. Expliquer le lien entre T-semi flot et séquence répétitive.
2. Si la transition T_j est quasi vivante pour un marquage initial M_0 alors que peut-on dire pour le marquage initial $M'_0 \geq M_0$? Même question pour une transition T_j vivante.
3. Quelle est la différence entre un conflit effectif et un conflit structurel ?
4. Donner la définition d'une place substituable (règle de réduction R1).

2 Modélisation du fonctionnement de chariots par réseaux de Petri

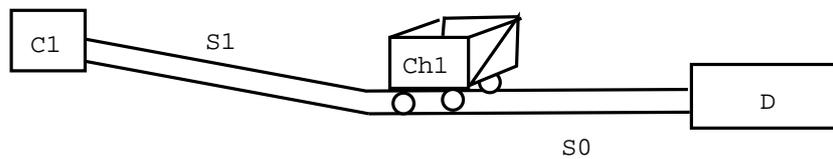


Figure 1: Un chariot

1. Un chariot Ch_1 transporte du matériel d'un point de chargement C_1 à un point de déchargement D en empruntant une voie ferrée *unique* découpée en deux secteurs S_1 et S_0 (voir Figure 1). Au départ, le chariot stationne sur le point de chargement C_1 . Il emprunte le secteur S_1 puis S_0 de la voie ferrée pour arriver au point de déchargement D . Après avoir stationné en D , il emprunte le secteur S_0 puis S_1 afin de regagner le point de chargement.

Représenter le fonctionnement du chariot par un réseau de Petri ordinaire. Le modèle doit prendre en compte le fait qu'il ne peut y avoir qu'un seul chariot, que ce soit dans le point de chargement C_1 ou le secteur S_0 ou le secteur S_1 ou encore le point de déchargement D .

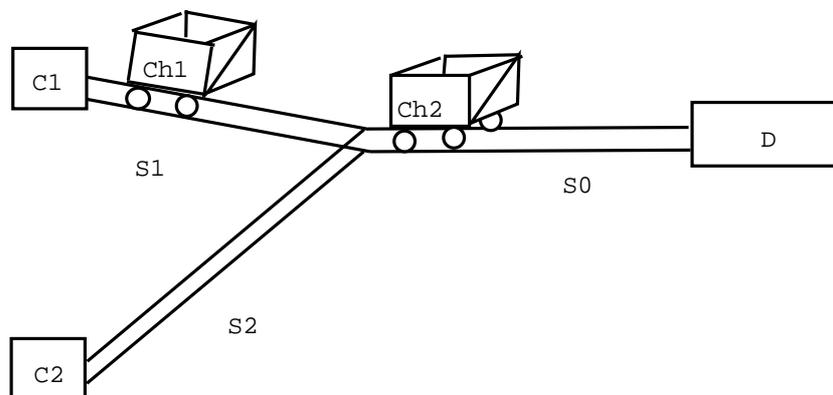


Figure 2: Deux chariots

2. Un deuxième chariot Ch_2 transporte du matériel d'un second point de chargement C_2 au point de déchargement D en empruntant une voie ferrée découpée en deux secteurs S_2 et S_0 (voir figure 2). Au départ, le chariot Ch_2 est sur le point de chargement C_2 . Noter que le point de déchargement D et le secteur S_0 sont communs aux chariots Ch_1 et Ch_2 . Le chariot Ch_1 (respectivement Ch_2) sur la voie S_1 (resp. S_2) ne peut emprunter la voie S_0 que si cette voie et le point de déchargement D sont libres.

Représenter le fonctionnement de l'ensemble des deux chariots par un réseau de Petri ordinaire.

3. Représenter le fonctionnement de cet ensemble de deux chariots par un réseau de Petri coloré.

3 Etude des performances d'une usine de recyclage

On considère le recyclage d'objets de deux types, numérotés 1 et 2, par une usine équipée de deux machines, numérotés 1 et 2. La première machine permet le recyclage complet d'objets de type 1 ou 2, le recyclage ayant une durée minimale d_1 . La seconde machine ne permet que le recyclage d'objets de type 2, le recyclage ayant une durée minimale d_2 . Chaque machine ne peut recycler qu'un seul objet à la fois. A la sortie de l'usine de recyclage, les objets de type 1 (respectivement 2) sont utilisés par les consommateurs pendant une durée au moins égale à d_4 (resp. d_3) avant d'être renvoyés à l'usine de recyclage. A l'instant initial, les consommateurs utilisent N_1 objets de type 1 et N_2 objets de type 2 ; les machines 1 et 2 sont disponibles.

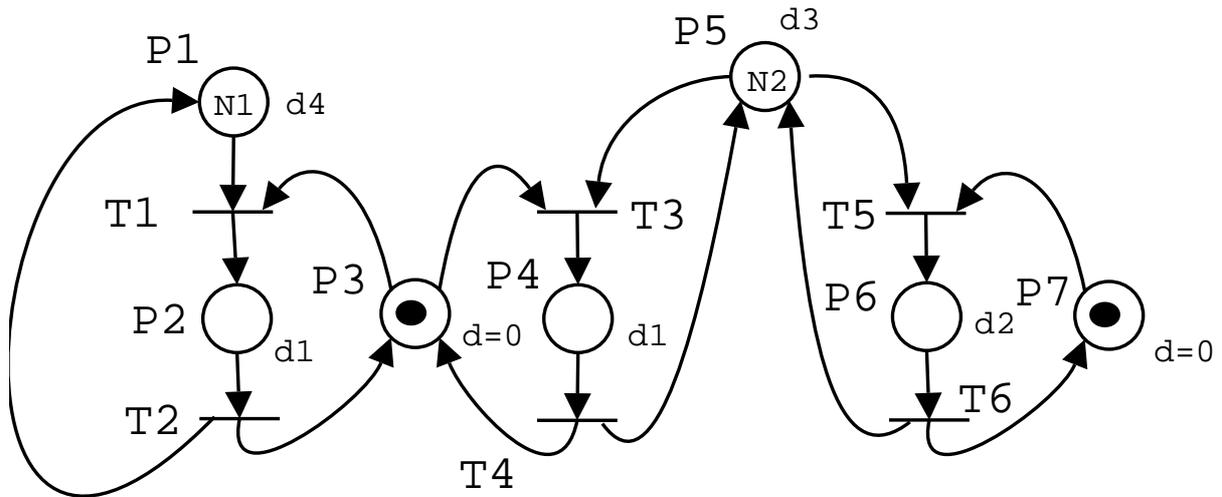


Figure 3: Recyclage des produits 1 et 2

Le fonctionnement du recyclage est modélisé par le réseau de Petri représenté figure 3. Le nombre de marques dans la place P_1 (resp. P_5) représente le nombre d'objets de type 1 (resp. 2) en cours d'utilisation par des consommateurs. Une marque dans la place P_3 (resp. P_7) indique que la machine 1 (resp. 2) est disponible. Une marque dans la place P_2 (resp. P_4) indique que la machine 1 est en train de recycler un objet 1 (resp. 2). Une marque dans la place P_6 indique que la machine 2 est en train de recycler un objet de type 2.

1. Etude du réseau de Petri par Algèbre Linéaire

- Déterminer la matrice d'incidence arrière et la matrice d'incidence du réseau de Petri représenté figure 3.
- Déterminer un ensemble minimal de P-semi flots élémentaires.
- En déduire les invariants de marquage.
- Interpréter des différents invariants de marquage obtenus.

2. Etude des performances temporelles

- (a) A partir des résultats des questions 1a et 1b, déterminer l'ensemble des inégalités satisfaites par les fréquences de franchissement des différentes transitions.
- (b) En déduire la fréquence maximale d'utilisation de la machine 2 (fréquence de franchissements F_5 de la transition T_5). Quelle doit être la valeur minimale de N_2 pour qu'elle se produise ? Que vaut alors la fréquence de franchissements F_3 de la transition T_3 pour cette valeur de N_2 ? Faire l'application numérique avec $d_1 = 1$, $d_2 = 1$, $d_3 = 2$ et $d_4 = 3$.
- (c) On suppose maintenant que $N_1 = 4$ et $N_2 = 5$. On fonctionne toujours avec une fréquence de franchissement F_5 maximale. Représenter dans un plan avec la fréquence de franchissements F_1 en abscisse et la fréquence de franchissement F_3 en ordonnée, l'ensemble des fréquences F_1 et F_3 qu'il est possible d'obtenir. En déduire la fréquence maximale d'utilisation de la machine 1.