

Master EEA 1A, Pro AEII et recherche ESCI

Examen: Réseaux de Petri

AE406T2

durée: 1h30

Responsable : G. Scorletti

Chaque candidat doit, au début de l'épreuve, porter son nom dans le coin de la copie qu'il cachera par collage après avoir été pointé. Il devra en outre porter son numéro de place sur chacune des copies, intercalaires, ou pièces annexées. Aucun document autorisé. Les téléphones portables (même éteints) calculatrices et ordinateurs de poche ne sont pas autorisés. La note finale prendra en compte la qualité de la rédaction et des justifications des réponses.

Tous les exercices sont indépendant

1 Etude des propriétés d'un réseau de Petri

On considère le réseau de Petri représenté figure 1. Il modélise le fonctionnement d'une

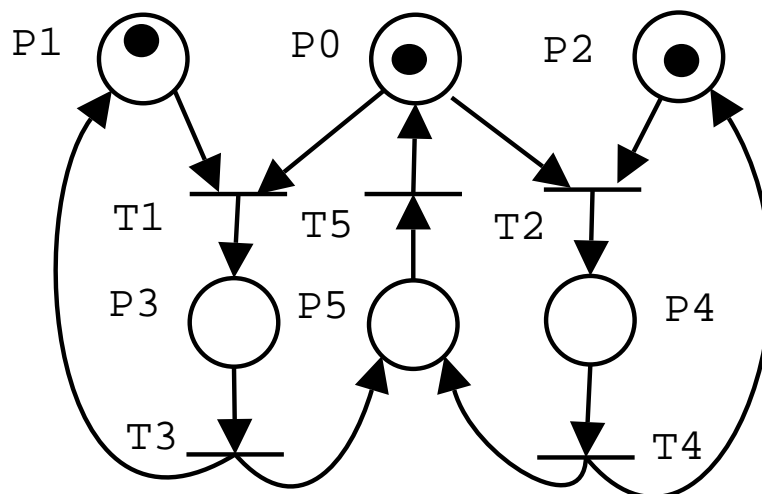


Figure 1: Entreprise de location de voitures

entreprise de location de voitures qui a deux types de clients.

La place P_0 correspond au nombre de voitures prêtes à être louées. La place P_1 (respectivement P_2) indique le nombre de clients de type 1 (resp. 2) attendant pour louer une voiture. Le franchissement de la transition T_1 (respectivement T_2) correspond au début de la location d'une voiture par un client de type 1 (resp. 2). Le nombre de marques dans la place P_3 (resp. P_4) correspond au nombre de voitures louées par les clients de type 1 (resp. 2). La fin de la location par un client de type 1 (resp. 2) correspond au franchissement de la transition T_3 (resp. T_4). La voiture est alors au garage pour entretien : le nombre de jetons dans P_5 indique le nombre de voitures au garage. Le franchissement de la transition T_5 correspond à la fin de l'entretien.

1. Etude du réseau de Petri par Réduction

Rappel : il faut justifier l'application des règles de réduction en montrant que les conditions d'application sont satisfaites.

- (a) Construire un réseau de Petri réduit du réseau de Petri figure 1 en utilisant les réductions Ra et Rb.
- (b) A partir de ce réseau de Petri réduit, déterminer les invariants de marquage. En déduire si le réseau de Petri est conservatif.
- (c) Interpréter les invariants de marquage déterminés dans la question précédente.
- (d) Construire un réseau de Petri réduit en utilisant les réductions R1, R2, R3 et R4.
- (e) A partir de ce réseau de Petri réduit, déterminer si le réseau est vivant et borné. Quelles sont les séquences répétitives stationnaires ?

2. Etude du réseau de Petri par le graphe des marquages

- (a) Construire le graphe des marquages accessibles pour le marquage initial défini par la figure 1.
- (b) A partir de ce graphe, déterminer si le réseau de Petri est borné et vivant.
- (c) Déterminer l'ensemble de toutes les séquences de franchissement. Existe-il une ou plusieurs séquence(s) répétitive(s) ? Si oui, la (les) donner.

2 Questions de cours

1. Sous quelles conditions la transition d'un réseau de Petri généralisé est-elle franchissable ?
2. Sous quelles conditions la transition d'un réseau de Petri coloré est-elle franchissable ?
3. Y a-t-il un lien entre la bornitude d'un réseau de Petri synchronisé et le bornitude du réseau de Petri ordinaire associé ? Si oui, lequel.
4. Donner la définition d'une place implicite (règle de réduction R2).

3 Modélisation du fonctionnement d'une station de ski par réseaux de Petri

L'objectif est de modéliser le fonctionnement d'une petite station de ski dotée de deux caisses et d'une piste de ski desservie par un téléphérique. Le bas de la piste est à la sortie de deux caisses : le téléphérique permet d'atteindre le haut de la piste à partir du bas de celle-ci.

La deuxième partie de l'exercice est indépendante de la première.

1. Modélisation du fonctionnement des caisses

- (a) A son arrivée, pour l'achat de son forfait, un client choisit de faire la queue devant l'une des deux caisses. Ce choix effectué, il ne peut pas changer de caisse. De plus, il n'y a pas de limitation sur la longueur des deux queues. Par contre, chaque caisse ne peut traiter qu'un seul client à la fois. Représenter le fonctionnement des deux caisses par un réseau de Petri ordinaire. Comment le modifier en un réseau de Petri P-temporisé pour prendre en compte la durée d minimale de traitement d'un client par une caisse ?
- (b) Représenter le fonctionnement des deux caisses par un réseau de Petri coloré (sans prendre en compte la durée d).

2. Modélisation du fonctionnement du téléphérique. La question (d) est indépendante de la question (c).

- (a) La cabine du téléphérique est au départ en bas de la piste, en train d'attendre que les clients entrent dans la cabine. Une fois que ceux-ci sont entrés, la cabine monte en haut de la piste. Arrivée en haut de la piste, elle attend que les clients sortent de la cabine. Ensuite, elle redescend vers le bas de la piste pour charger à nouveau des clients. Représenter le fonctionnement de la cabine de téléphérique par un réseau de Petri ordinaire, sans modéliser l'entrée et la sortie des clients.
- (b) Après avoir acheté son forfait à la caisse, le client va faire la queue pour prendre le téléphérique. Quand la cabine du téléphérique est en bas de la piste, les clients entrent un par un dans la cabine qui ne peut contenir qu'un maximum de 5 clients. Arrivés en haut de la piste, tous les clients sortent de la cabine. Représenter le fonctionnement du téléphérique avec clients par un réseau de Petri ordinaire en complétant le réseau de Petri ordinaire de la question précédente.
- (c) L'entrée d'un client dans la cabine en bas de la piste a une durée d_1 , sa sortie de la cabine en haut de la piste a une durée d_2 . De plus, les clients entrent et sortent un par un. Modifier le réseau de Petri ordinaire de la question (b) pour prendre en compte ce phénomène. Le réseau ainsi obtenu sera P-temporisé.
- (d) Le téléphérique entamera la montée que quand un minimum de 2 clients est à l'intérieur de la cabine. Quand la cabine est vide, elle entamera sa descente. Compléter le réseau de Petri ordinaire de la question (b) pour prendre en compte ces deux phénomènes. Le réseau ainsi obtenu sera généralisé.