Exercice 3

Le support de l'étude est un aérofrein d'avion militaire (figure 1). L'objectif est de vérifier sa tenue mécanique sous l'effet de la poussée aérodynamique.

L'aérofrein est modélisé par une poutre rectiligne *OB* représentée sur la figure 2. Sa longueur vaut *L = 3 m*. Sa section est supposée rectangulaire de largeur *l = 0,8 m* et de hauteur *h = 5 mm*. Elle est réalisée dans un alliage de titane dont le module d'Young *E* vaut *115 Gpa* et dont la limite élastique R_e vaut *950 Mpa*. L'aérofrein est en liaison articulation avec le fuselage au niveau du point *O*. La liaison entre l'aérofrein et le vérin qui permet de le déployer ou de l'escamoter est aussi une articulation, située au niveau du point *A*. Dans la configuration étudiée, le vérin forme un angle de 90° avec l'aérofrein, sa longueur est fixée et on peut l'assimiler à une poutre *AC* articulée en *C* avec le fuselage. L'action de l'air est représentée par une force répartie *p* d'intensité *500* $daN.m^{-1}$. Le poids propre de l'aérofrein est négligé.

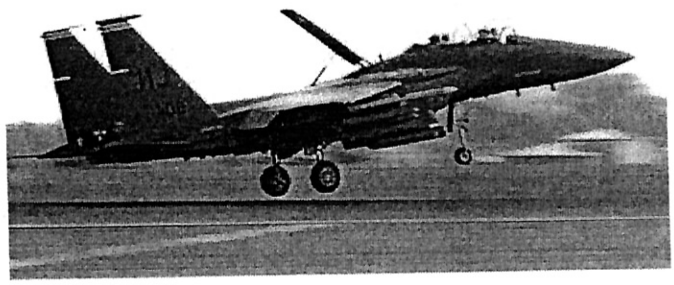


Figure 1 : vue générale d'un F15 avec son aérofrein déployé

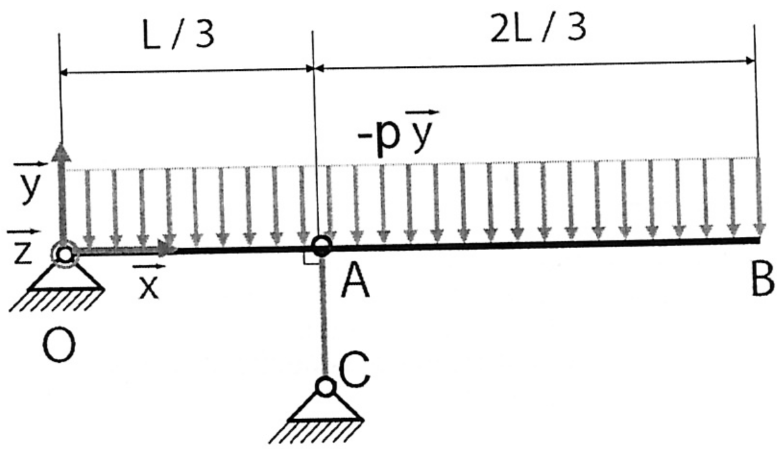


Figure 2 : modèle retenu pour l'ensemble aérofrein-vérin

1. Calculer les efforts dans les liaisons situées en *O* et *A*.
2. Déterminer le torseur des efforts intérieurs et tracer les diagrammes de l'effort tranchant et du moment fléchissant pour l'aérofrein *OB*.
3. En déduire la position de la section la plus sollicitée et la valeur du moment fléchissant maximal.
4. Déterminer l'expression de la contrainte maximale.
5. Calculer le déplacement du point B.

IN11 / TECHRDM

AEROFREIN

2009 2008-9

1) Efforts en O et A :

- isostatisme :
- PFS à poutre OB

$X_0\vec{x} + Y_0\vec{y} + Y_A\vec{y} - pL\vec{y} = 0$

moment en O : $Y_A\frac{L}{3} - pL\times\frac{L}{2} = 0$

(+1)

$\rightarrow X_0 = 0$

$\rightarrow Y_A = \frac{3pL}{2}$ 22500N

$\rightarrow Y_0 = pL - Y_A = -\frac{pL}{2}$ -7500N

2) $\{\mathcal{C}_{int}\} = \{\oplus \rightarrow \ominus\}$

- partage en 2 de la poutre

$\boxed{OA}$: $\{\mathcal{C}_{int}\} = +\{\oplus\rightarrow\ominus\} = -\{\ominus\rightarrow\oplus\} = -\begin{Bmatrix} Y_0\vec{y} - px\vec{y} \\ (-Y_0 x + p\frac{x}{2}x)\vec{z} \end{Bmatrix}_G$

$= -\begin{Bmatrix} -\frac{pL}{2}\vec{y} - px\vec{y} \\ (+p\frac{L}{2}x + p\frac{x^2}{2})\vec{z} \end{Bmatrix}_G = \boxed{\begin{Bmatrix} +p(x+\frac{L}{2})\vec{y} \\ -px(\frac{L}{2}+\frac{x}{2})\vec{z} \end{Bmatrix}_G}$ 2

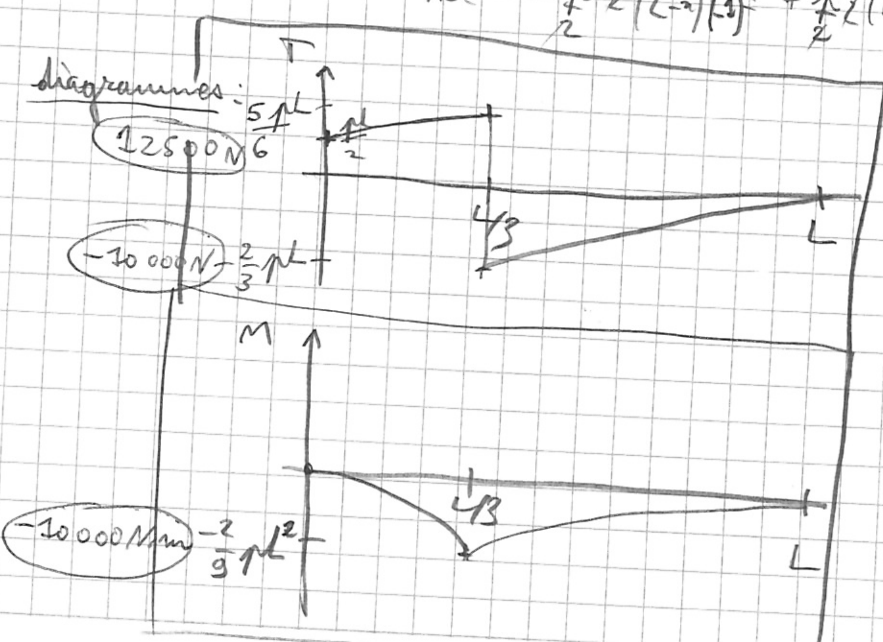
$\boxed{AB}$ $\{\mathcal{C}_{int}\} = +\{\oplus\rightarrow\ominus\} = \begin{Bmatrix} -p(L-x)\vec{y} \\ -p(L-x)(\frac{L-x}{2})\vec{z} \end{Bmatrix}$

$= \boxed{\begin{Bmatrix} -p(L-x)\vec{y} \\ -\frac{p}{2}(L-x)^2\vec{z} \end{Bmatrix}_G}$ 2

vérif : $\frac{dM_f}{dx} \overset{?}{=} -T_y$: OA : $-\frac{pL}{2} - \frac{p}{2}2x = -p(\frac{L}{2}+x)$

AB : $-\frac{p}{2}2(L-x)(-1) = +\frac{p}{2}2(L-x)$

diagrammes :



$\frac{1}{3}+\frac{1}{2}=\frac{5}{6}$

$\cancel{1-\frac{1}{3}}$

$\frac{5}{6}+\frac{2}{3}=\frac{9}{6}=\frac{3}{2}$

$-\frac{L}{3}\left(\frac{L}{2}+\frac{L}{6}\right)=\frac{2}{3}$

$-\frac{p}{2}\left(L-\frac{L}{3}\right)^2$

$\frac{1}{2}\left(\frac{2L}{3}\right)^2$

$-p\frac{2L}{9}$

3) secᵒ la + sollicitée : ②

$\boxed{Mf_{max} = \frac{-2pL}{9}}$ en $x = \frac{L}{3}$ (secᵒ A)

-10.000 N.m

4) $\boxed{\sigma_{maxi} = -\frac{Mf_{max}}{I_{Gz}} y}$ 1,5

$I_{Gz} = \boxed{\frac{bh^3}{12}}$

3000 MPa

5) flèche en B :

$EI v'' = Mf_z$

principe raccord

1,5

calcul OK

bonus +2

sur OA : $EI v'' = -px\frac{L}{2} - \frac{px^2}{2}$

$EI v' = -\frac{px^2 L}{4} - p\frac{x^3}{6} + C_1$

$EI v = -\frac{p}{4}\frac{x^3}{3}L - \frac{p}{6}\frac{x^4}{4} + C_1 x + C_2$

sur AB : $EI v'' = -\frac{p}{2}(x-L)^2$

$EI v' = -\frac{p}{2}\frac{(x-L)^3}{3} + C_3$

$EI v = -\frac{p}{6}\frac{(x-L)^4}{4} + C_3 x + C_4$

en O : $v = 0 \rightarrow C_2 = 0$

en A : $v = 0$ (AC rigide) :

$C_1 = \frac{7L^3 p}{648}$

$C_3 = \frac{-47L^3 p}{648}$

$C_4 = \frac{7pL^4}{216}$

$$\boxed{v(x=L) = -\frac{13L^4 p}{324EI}} \sim -1$$

$\frac{1}{2} : \frac{5}{6}$

$1 - \frac{1}{3}$

$\frac{5}{6} + \frac{2}{3} = \frac{9}{6} : \frac{3}{2}$

$-\frac{L}{3}\left(\frac{L}{2}\frac{3}{3} + \frac{L}{6}\right) : \frac{2}{3}$

$-\frac{2}{9}L$