

---

**Cours 4**  
**Synthèse : stratégies de formulation**  
**d'un problème d'élasticité linéaire**  
**et techniques de résolution analytiques et numériques**

---

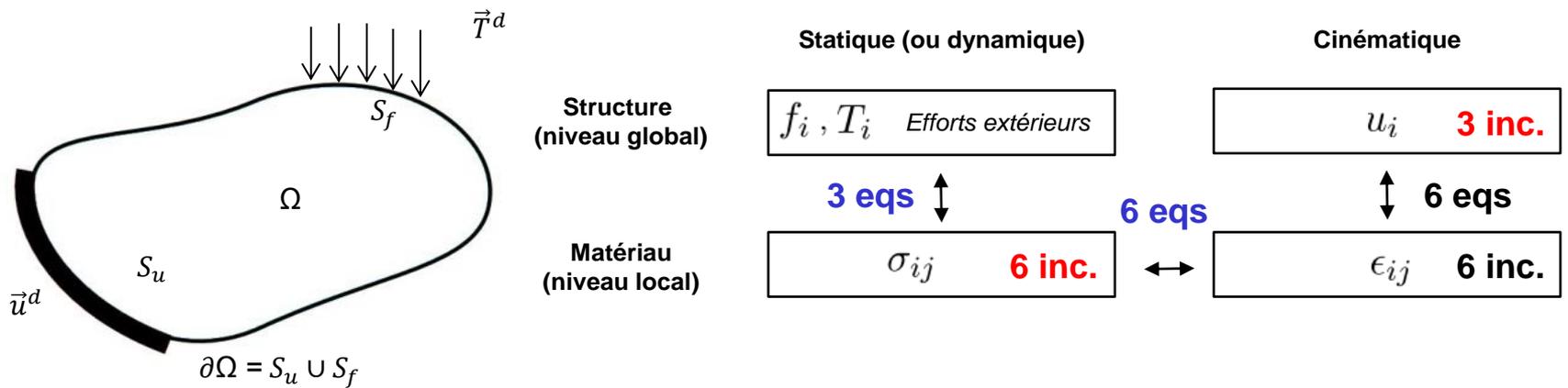
Cours du 28/09/2017 - L. Blanc

## Plan du cours 4

- A. **Comment poser le problème : les équations de l'élasticité**
- B. **Techniques de résolution analytiques, basées sur des formulations EDP fortes**
- C. **Techniques basées sur des formulations approchées. Méthode des éléments finis**

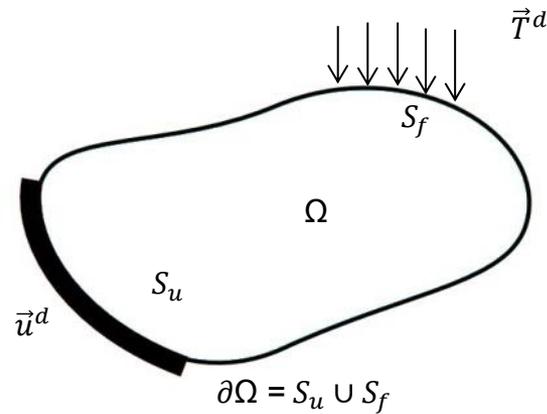
# A. Comment poser le problème : les équations de l'élasticité

## Bilan équationnel



# A. Comment poser le problème : les équations de l'élasticité

## Problèmes réguliers



- Un problème « bien posé » admet une solution unique s'il a des conditions aux frontières adéquates
  - conditions spatiales : CL en déplacement et en effort ;
  - conditions temporelles éventuelles : conditions initiales
- Les CL spatiales imposent en tout point de la frontière trois conditions scalaires
  - toutes en déplacement
  - ou toutes en effort dans les 3 directions
  - un déplacement dans une direction, un effort dans les deux autres... ou un assortiment

# A. Comment poser le problème : les équations de l'élasticité

## Problèmes réguliers

On cherche $u_i(x, t)$ et $\sigma_{ij}(x, t)$ vérifiant			
	CL en déplacement uniquement	CL en effort uniquement (cf *)	CL mixtes
Équations sur la cinématique	$u_i _{\partial\Omega} = u_i^d$		$u_i _{S_u} = u_i^d$
	$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i})$		
Relation de comportement	$\sigma_{ij} = A_{ijkl}\varepsilon_{kl}$		
Équations sur les efforts	$\sigma_{ij,j} + f_i = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2}$ ou 0		
		$\sigma_{ij}n_j _{\partial\Omega} = T_i^d$	$\sigma_{ij}n_j _{S_f} = T_i^d$
+ des conditions initiales (en dynamique) $u_i(x, 0) = u_i^0(x)$ et $\frac{\partial u_i}{\partial t}(x, 0) = V_i^0(x)$			

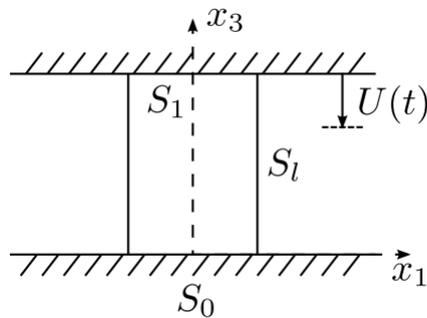
\* Remarques :

- les efforts imposés doivent s'équilibrer (en statique),
- la solution est connue à un déplacement de corps rigide près

# A. Comment poser le problème : les équations de l'élasticité

## Points durs dans la modélisation

Exemple de choix de CL : écrasement d'un lopin entre les deux plateaux rigides d'une presse



- Sur les surfaces latérales

- libres d'effort sur  $S_\ell$  :  $T_i = \sigma_{ij}n_j = 0$

- Sur les faces supérieure et inférieure

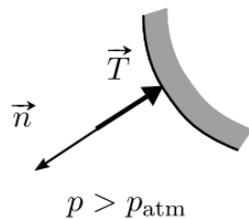
- déplacement vertical imposé : 1 direction OK, quid des 2 autres directions ?

$$x_3 = 0 : \quad u_3 = 0$$

$$x_3 = h : \quad u_3 = -U(t)$$

- s'il y a contact parfaitement lubrifié

$$\vec{n} = (0, 0, +1) \quad \vec{T} = (\sigma_{13}, \sigma_{23}, \sigma_{33}) \quad \sigma_{13} = \sigma_{23} = 0$$



$$\vec{T} = -(p - p_{\text{atm}}) \vec{n}$$

- s'il y a adhérence parfaite

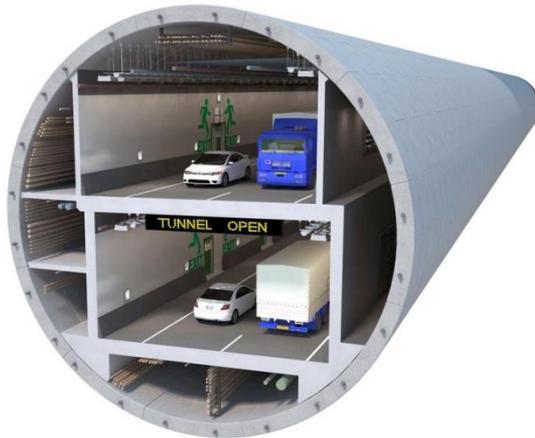
$$x_3 = 0 : \quad u_1 = u_2 = u_3 = 0$$

$$x_3 = h : \quad u_1 = u_2 = 0, u_3 = -U(t)$$

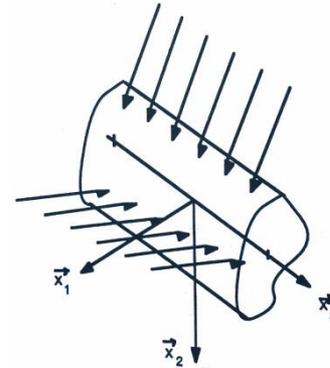
# A. Comment poser le problème : les équations de l'élasticité

## Points durs dans la modélisation

Choix d'une géométrie : formulation 3D -> 2D



Tunnel à 2 niveaux, Seattle, SR99 Alaskan Way (<http://papyma91.blogspot.fr> )



### • Déformations planes

- Hypothèse faite pour des pièces longues ou des pièces dont on bloque le déplacement selon  $\vec{x}_3$  aux extrémités
- chargement dans le plan  $(\vec{x}_1, \vec{x}_2)$  indépendant de  $x_3$

$$u_1 = u_1(x_1, x_2), \quad u_2 = u_2(x_1, x_2), \quad u_3 = 0$$

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & 0 \\ \varepsilon_{12} & \varepsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- **Remarque importante** :  $\sigma_{33}$  **n'est pas nul**

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & 0 \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{33} \end{bmatrix} \quad \sigma_{33} = \nu(\sigma_{11} + \sigma_{22})$$

# A. Comment poser le problème : les équations de l'élasticité

## Points durs dans la modélisation

### Choix d'une géométrie : formulation 3D -> 2D



Vue d'ensemble d'une machine de flexion (<http://www.tecnotest.com/>)

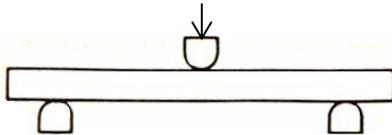
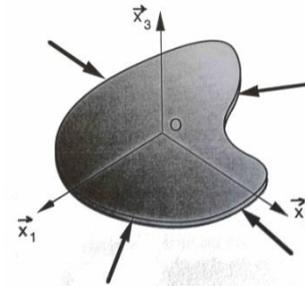


Schéma de principe de l'essai de flexion 3 points



#### • Contraintes planes

- Hypothèse faite pour des pièces minces chargées dans leur plan moyen
- « les couches de bords libres sont prépondérantes dans l'épaisseur »
- La contrainte dans le plan  $(\vec{x}_1, \vec{x}_2)$  est indépendante de  $x_3$

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{bmatrix} \sigma_{11}(x_1, x_2) & \sigma_{12}(x_1, x_2) & 0 \\ \sigma_{12}(x_1, x_2) & \sigma_{22}(x_1, x_2) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- Remarque importante :  $\varepsilon_{33}$  n'est pas nulle

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & 0 \\ \varepsilon_{12} & \varepsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \quad E\varepsilon_{33} = -\nu(\sigma_{11} + \sigma_{22})$$

## Plan du cours 4

- A. **Comment poser le problème : les équations de l'élasticité**
- B. **Techniques de résolution analytiques, basées sur des formulations EDP fortes**
- C. **Techniques basées sur des formulations approchées. Méthode des éléments finis**

## B. Techniques de résolution analytiques, formulations fortes

### Approche en déplacements. Les équations de Navier

#### Stratégie

- **L'idée**

- Si  $\vec{u}$  est choisi *a priori*, il est difficile de vérifier équilibre et comportement *a posteriori*
- En résolvant l'EDP équilibre + comportement en fonction de  $\vec{u}$ , équilibre et comportement sont automatiquement vérifiés !
- Remarque : une forme initiale simplifiée de  $\vec{u}$  facilite le travail, elle s'inspire habituellement
  - des CL en déplacement
  - des symétries

- **Ingrédients**

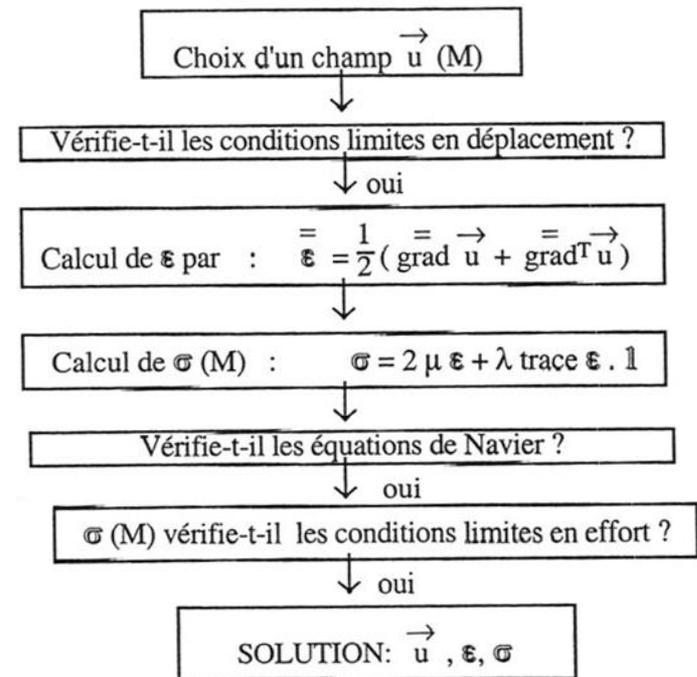
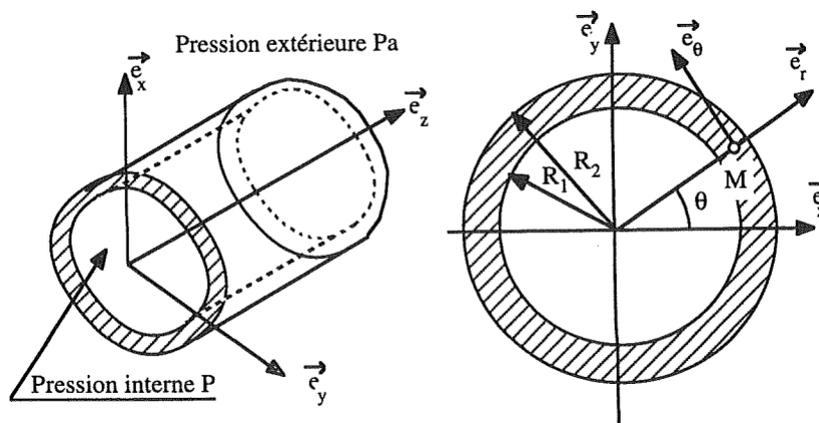
- Navier = 3 formules en une !

$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i})$	$\tau_{ij} = A_{ijkl} \varepsilon_{kl}$	$\sigma_{ij,j} + f_i = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2}$ ou 0
--	---	---

## B. Techniques de résolution analytiques, formulations fortes

### Approche en déplacements. Les équations de Navier

#### Exemple du tube sous pression interne



## B. Techniques de résolution analytiques, formulations fortes

Soyons pragmatiques... exploiter au mieux les équations de la MMC

Plongée dans la littérature

# THEORY OF ELASTICITY

By S. TIMOSHENKO

And J. N. GOODIER

*Professors of Engineering Mechanics  
Stanford University*

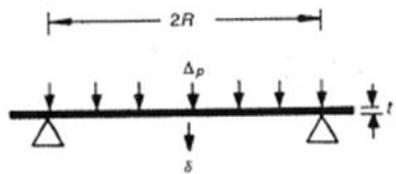
### CHAPTER 4. TWO-DIMENSIONAL PROBLEMS IN POLAR COORDINATES

25. General Equations in Polar Coordinates . . . . .	55
26. Stress Distribution Symmetrical about an Axis . . . . .	58
27. Pure Bending of Curved Bars . . . . .	61
28. Strain Components in Polar Coordinates . . . . .	65
29. Displacements for Symmetrical Stress Distributions . . . . .	66
30. Rotating Disks . . . . .	69
31. Bending of a Curved Bar by a Force at the End . . . . .	73
32. The Effect of Circular Holes on Stress Distributions in Plates . . . . .	78
33. Concentrated Force at a Point of a Straight Boundary . . . . .	85
34. Any Vertical Loading of a Straight Boundary . . . . .	91
35. Force Acting on the End of a Wedge . . . . .	96
36. Concentrated Force Acting on a Beam . . . . .	99
37. Stresses in a Circular Disk . . . . .	107
38. Force at a Point of an Infinite Plate . . . . .	112
39. General Solution of the Two-dimensional Problem in Polar Coordinates . . . . .	116
40. Applications of the General Solution in Polar Coordinates . . . . .	121
41. A Wedge Loaded along the Faces . . . . .	123
Problems . . . . .	125

### CHAPTER 13. AXIALLY SYMMETRICAL STRESS DISTRIBUTION IN A SOLID OF REVOLUTION

116. General Equations . . . . .	343
117. Solution by Polynomials . . . . .	347
118. Bending of a Circular Plate . . . . .	349
119. The Rotating Disk as a Three-dimensional Problem . . . . .	352
120. Force at a Point of an Indefinitely Extended Solid . . . . .	354
121. Spherical Container under Internal or External Uniform Pressure . . . . .	356
122. Local Stresses around a Spherical Cavity . . . . .	359
123. Force on Boundary of a Semi-infinite Body . . . . .	362
124. Load Distributed over a Part of the Boundary of a Semi-infinite Solid . . . . .	366
125. Pressure between Two Spherical Bodies in Contact . . . . .	372
126. Pressure between Two Bodies in Contact. More General Case . . . . .	377
127. Impact of Spheres . . . . .	383
128. Symmetrical Deformation of a Circular Cylinder . . . . .	384
129. The Circular Cylinder with a Band of Pressure . . . . .	388
130. Twist of a Circular Ring Sector . . . . .	391
131. Pure Bending of a Circular Ring Sector . . . . .	395

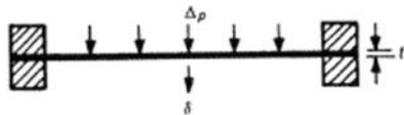
# Formulaire : mécanique des disques statiques et en rotation



Simple

$$\delta = \frac{3}{4}(1-\nu^2)\frac{\Delta p R^4}{Et^3}$$

$$\sigma_{\max} = \frac{3}{8}(3+\nu)\frac{\Delta p R^2}{t^2}$$



Serré

$$\delta = \frac{3}{16}(1-\nu^2)\frac{\Delta p R^4}{Et^3}$$

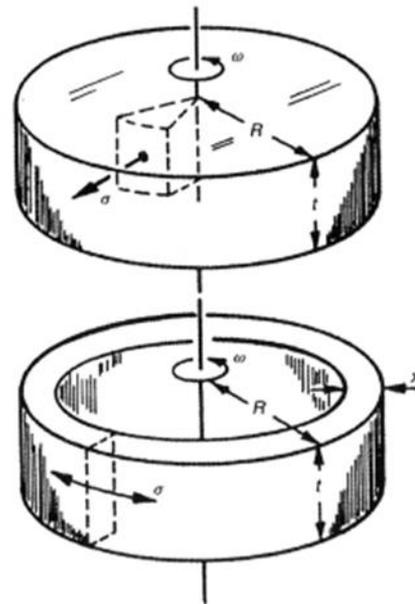
$$\sigma_{\max} = \frac{3}{8}(1+\nu)\frac{\Delta p R^2}{t^2}$$

$\delta$  = déformation (m)

$E$  = module d'Young (N/m)

$\Delta p$  = diff. de pression (N/m)

$\nu$  = coeff. de Poisson



Disque

$$u = \frac{\pi}{4}\rho t\omega^2 R^4$$

$$\sigma_{\max} = \frac{1}{8}(3+\nu)\rho\omega^2 R^2$$

Anneau

$$u = \pi\rho t\omega^2 R^3 x$$

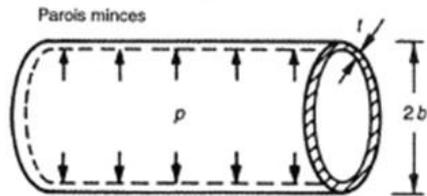
$$\sigma_{\max} = \rho R^2\omega^2$$

$u$  = énergie (J)

$\omega$  = vit. angl. (rad/s)

$\rho$  = densité kg/m<sup>3</sup>

# Formulaire : mécanique des réservoirs sous pression

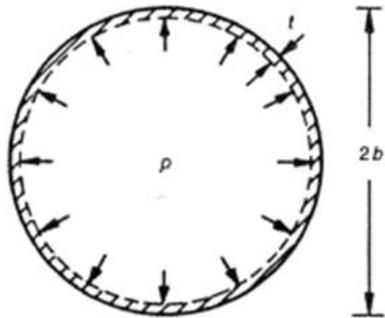


Cylindre

$$\sigma_{\theta} = \frac{pb}{t}$$

$$\sigma_r = -p/2$$

$$\sigma_z = \frac{pb}{2t}$$

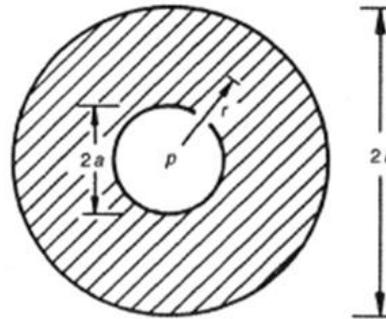
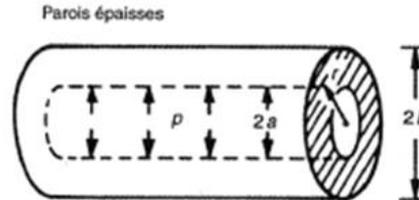


Sphère

$$\sigma_{\theta} = \sigma_{\phi} = \frac{pb}{2t}$$

$$\sigma_r = -p/2$$

$p$  = pression ( $\text{N/m}^2$ )  
 $t$  = épaisseur de paroi (m)  
 $a$  = rayon interne (m)  
 $b$  = rayon externe (m)  
 $r$  = coord. radiale (m)



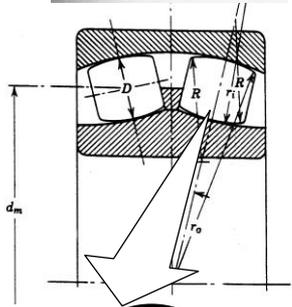
$$\sigma_{\theta} = \frac{pa^2}{r^2} \left( \frac{b^2 - r^2}{b^2 - a^2} \right)$$

$$\sigma_r = -\frac{pa^2}{r^2} \left( \frac{b^2 + r^2}{b^2 - a^2} \right)$$

$$\sigma_{\theta} = \sigma_{\phi} = \frac{pa^3}{2r^3} \left( \frac{b^3 + 2r^3}{b^3 - a^3} \right)$$

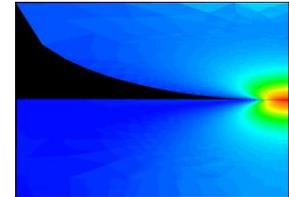
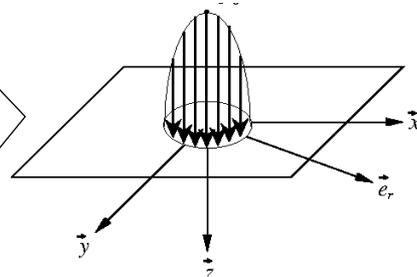
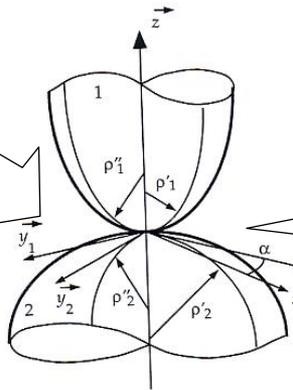
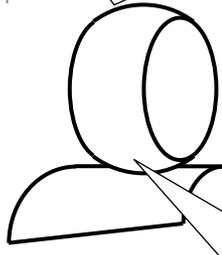
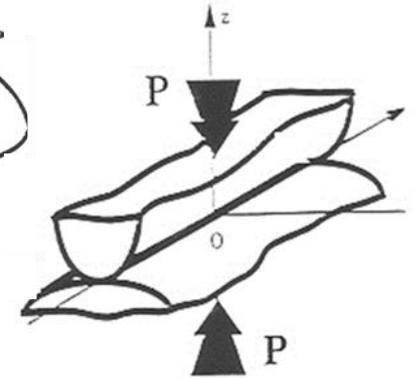
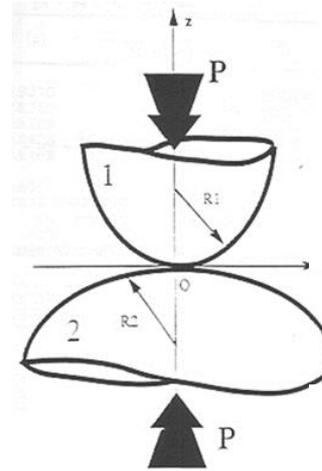
$$\sigma_r = -\frac{pa^3}{r^3} \left( \frac{b^3 - r^3}{b^3 - a^3} \right)$$

# Formulaire : la théorie du contact localisé de Hertz



- Hyp. : déformation localisée au voisinage du contact  
(cas des contacts pseudo - ponctuels ou linéiques)

- Hertz permet la construction de solutions de problèmes génériques



## Plan du cours 4

- A. **Comment poser le problème : les équations de l'élasticité**
- B. **Techniques de résolution analytiques, basées sur des formulations EDP fortes**
- C. **Techniques basées sur des formulations approchées. Méthode des éléments finis**

## C. Techniques approchées. Méthode des éléments finis

Le besoin : le problème MMC étant posé, comment le résoudre dans le cas général ?

Quelques considérations mathématiques

- Un constat frustrant sur la démarche analytique à partir de la formulation forte
  - limitée : géométries et chargements simples
  - souvent compliquée : développements en séries, méthodes intégrales etc



Pièce de moyeu de rotor  
d'hélicoptère

## C. Techniques approchées. Méthode des éléments finis

Le besoin : le problème MMC étant posé, comment le résoudre dans le cas général ?

Quelques considérations mathématiques

- Un constat frustrant sur la démarche analytique à partir de la formulation forte
  - limitée : géométries et chargements simples
  - souvent compliquée : développements en séries, méthodes intégrales etc
- Le besoin : élaborer numériquement des solutions approchées



Pièce de moyeu de rotor  
d'hélicoptère

formulation forte  
-  
équations classique locales



formulation faible  
-  
équations globales de type variationnel

## C. Techniques approchées. Méthode des éléments finis

Le besoin : le problème MMC étant posé, comment le résoudre dans le cas général ?

Quelques considérations mathématiques

- Un constat frustrant sur la démarche analytique à partir de la formulation forte
  - limitée : géométries et chargements simples
  - souvent compliquée : développements en séries, méthodes intégrales etc

- Le besoin : élaborer numériquement des solutions approchées

formulation forte  
-  
équations classique locales

→

formulation faible  
-  
équations globales de type énergétique

- intérêt : le problème mathématique change de nature !
  - concepts et propriétés de l'analyse fonctionnelle
    - existence et unicité des solutions
    - principes de minimum, formulations énergétiques
    - solutions approchées, algèbre linéaire, espaces de Hilbert
- fondements des méthodes numériques (méthode des éléments finis en particulier)



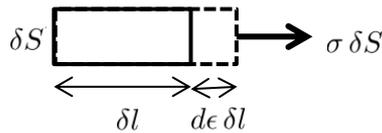
Pièce de moyeu de rotor  
d'hélicoptère

# C. Techniques approchées. Méthode des éléments finis

## Le théorème de l'énergie potentielle

### Préliminaire : calcul de l'énergie de déformation élastique

- Energie de déformation, cas 1D, loi de comportement quelconque



- Rappel : la variation de travail  $dT_F$  associé à une force  $\vec{F}$  dont le point d'application se déplace de  $\vec{u}$  est

$$dT_F = \vec{F} \cdot d\vec{u} = F_i du_i$$

- Par analogie, la variation d'énergie  $dW$  mise en jeu est

$$dW = (\sigma \delta S) (d\epsilon \delta l) = \sigma d\epsilon \delta V$$

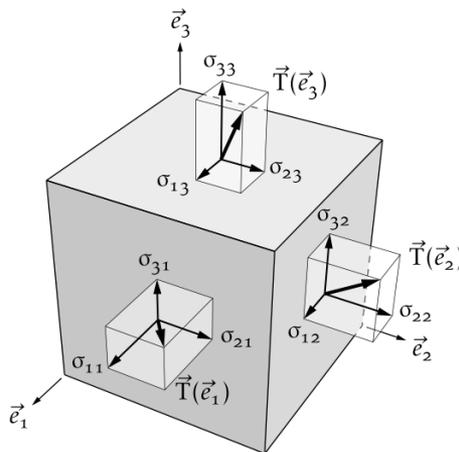
- Pour une loi de comportement linéaire

- Loi de Hooke  $\epsilon = \frac{\sigma}{E}$

- Énergie de déformation élastique

$$w = \int \sigma d\epsilon = \int E \epsilon d\epsilon = \frac{1}{2} E \epsilon^2$$

- En 3D, il suffit de sommer les contributions correspondant aux 9 termes de la matrice des contraintes



$$dw = \sigma_{11} d\epsilon_{11} + \sigma_{12} d\epsilon_{12} + \sigma_{21} d\epsilon_{21} + \dots = \sum_{i,j} \sigma_{ij} d\epsilon_{ij}$$

## C. Techniques approchées. Méthode des éléments finis

### Le théorème de l'énergie potentielle

- On appelle énergie potentielle de la structure :

$$\pi_p(U) = W(U) - \int_D \vec{f}(M) \cdot \vec{U}(M) dV - \int_S \vec{T}(P, \vec{n}) \cdot \vec{U}(P) dS$$

(énergie potentielle du champ de déplacement) = (énergie de déformation) – (travail des EFFORTS DONNES)

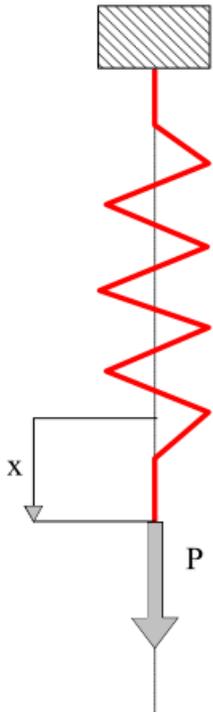
- Le théorème de l'énergie potentielle s'énonce :

- « Parmi tous les champs de déplacement d'un sous-espace qui vérifient les conditions aux limites cinématiques, la meilleure approximation est celle qui minimise l'énergie potentielle ».

# C. Techniques approchées. Méthode des éléments finis

## Le théorème de l'énergie potentielle

Exemple à un degré de liberté. Cas du ressort de raideur  $k$  soumis à une charge  $P$



Le déplacement sous la charge  $P$  est  $x$  (un degré de liberté).  
Dans ce cas l'énergie potentielle du système est :

$$\pi_p = \frac{1}{2} k x^2 - P x$$

Le déplacement  $\delta x$  qui conduit à l'équilibre statique est tel que :

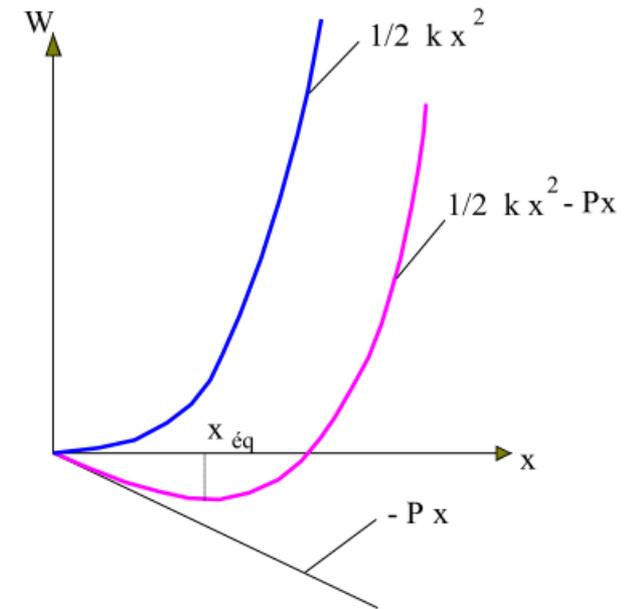
$$\delta \pi_p = 0$$

Soit

$$k x - P = 0$$

La position d'équilibre est alors :

$$x_{\text{éq}} = \frac{P}{k}$$

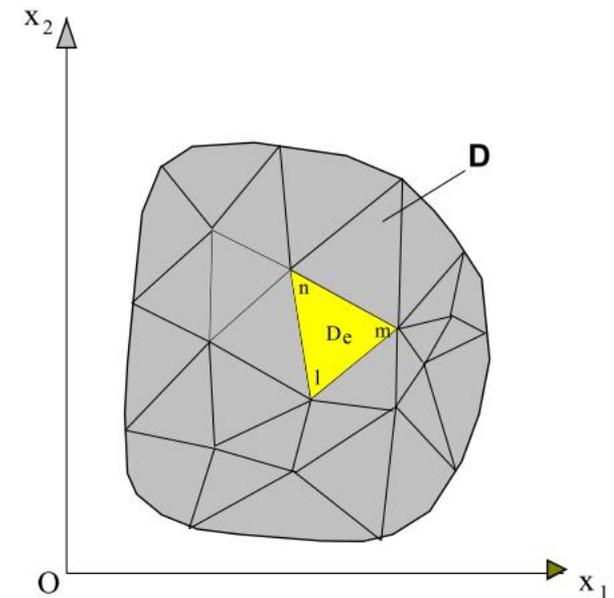


énergie potentielle d'un ressort

## C. Techniques approchées. Méthode des éléments finis

### Principe de la méthode de résolution par éléments finis

- On approche le modèle continu en un modèle décomposé en éléments dont on connaît le comportement.
- On calcule l'énergie potentielle sur chaque élément.
- On réalise la somme sur le domaine.
- On cherche, en fonction des déplacements des nœuds, à minimiser l'énergie potentielle totale.



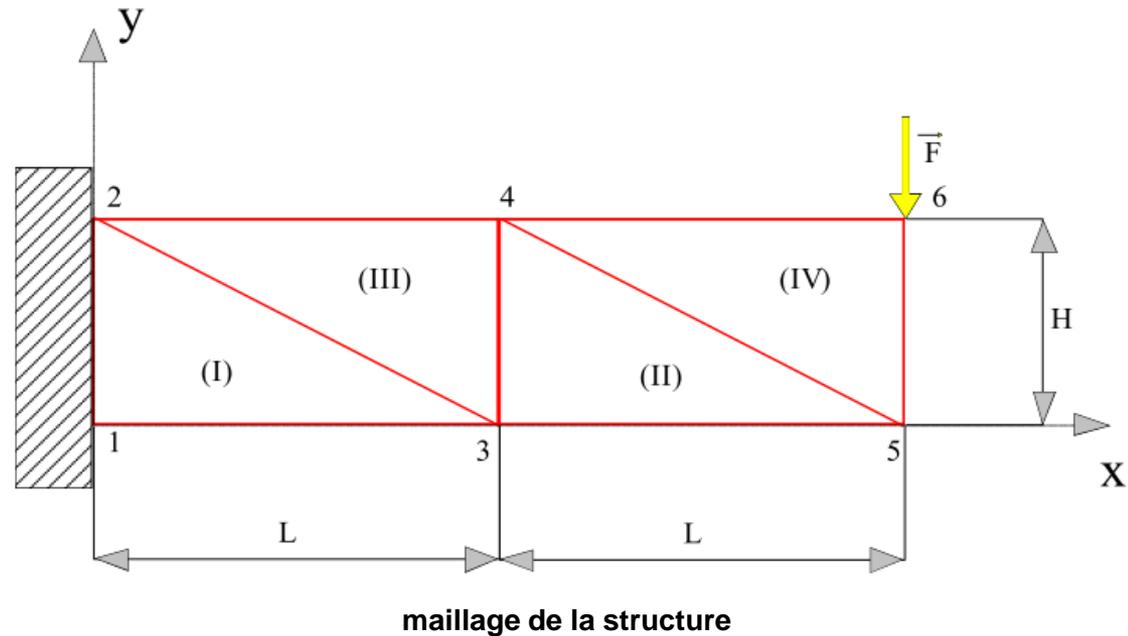
découpage en éléments finis

## C. Techniques approchées. Méthode des éléments finis

### Exemple d'une structure bidimensionnelle fléchie

#### Maillage

- On définit le contour de la pièce et l'on décompose l'intérieur en un certain nombre d'éléments
- La structure est ici séparée en 4 éléments (I à IV) et comporte 6 nœuds

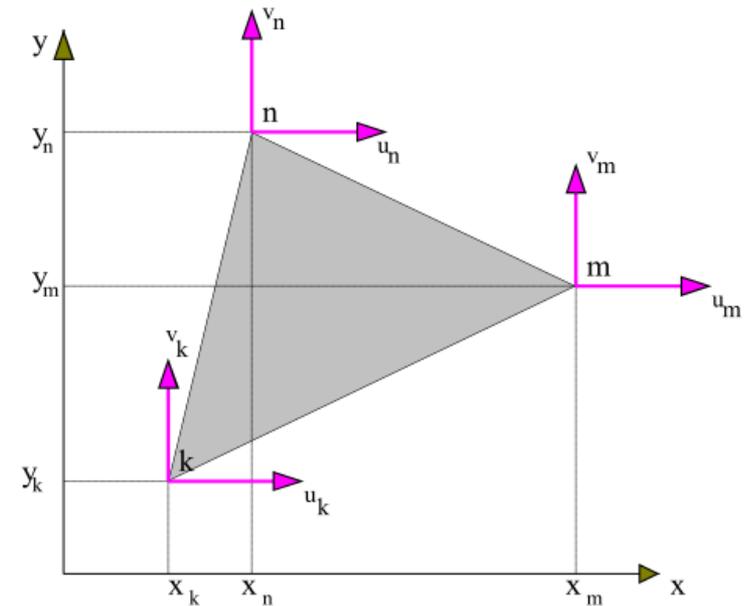


# C. Techniques approchées. Méthode des éléments finis

## Exemple d'une structure bidimensionnelle fléchie

### Notion d'élément fini générique

- L'élément générique est défini géométriquement par la position de ses trois nœuds k, m et n
- Le déplacement en tout point est interpolé sur une base de fonctions « bien choisies »



élément triangulaire générique

$$\begin{Bmatrix} u(x, y) \\ v(x, y) \end{Bmatrix} = \frac{1}{2 \Delta_c} \begin{bmatrix} 1 & x & y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x & y \end{bmatrix} [C] \begin{Bmatrix} u_k \\ v_k \\ u_m \\ v_m \\ u_n \\ v_n \end{Bmatrix}$$

les ddl retenus sont les déplacements nodaux

# C. Techniques approchées. Méthode des éléments finis

## Exemple d'une structure bidimensionnelle fléchie

### Matrice de rigidité de l'élément fini générique

- Du déplacement on déduit les déformations approchées, puis les contraintes.
- On en déduit l'énergie potentielle élémentaire
- Pour chaque élément, la matrice de rigidité traduit la relation qui existe entre les déplacements des nœuds et les efforts appliqués le nœud sur l'élément

$$\begin{Bmatrix} X_k \\ Y_k \\ X_m \\ Y_m \\ X_n \\ Y_n \end{Bmatrix} = \left[ \begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right] K_e \begin{Bmatrix} u_k \\ v_k \\ u_m \\ v_m \\ u_n \\ v_n \end{Bmatrix}$$

Formulation élémentaire:

$$E p_e = \frac{1}{2} U_e^t K_e U_e - U_e^t F_e$$



assemblage :

$$E p = \sum_{\{e\}} E p_e$$



formulation globale :

$$K U = F$$

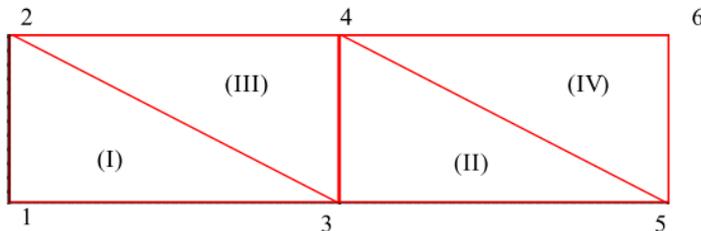


# C. Techniques approchées. Méthode des éléments finis

## Exemple d'une structure bidimensionnelle fléchie

### Assemblage

- On assemble, les matrices de rigidité des différents éléments, pour obtenir la matrice de rigidité globale.
- Notation :  $K_{ij,E}$  est la matrice permettant le calcul des efforts sur le nœud  $i$  dus aux déplacements du nœud  $k$  dans l'élément  $E$



	dép1 $u_1, v_1$	dép2 $u_2, v_2$	dép3 $u_3, v_3$	dép4 $u_4, v_4$	dép5 $u_5, v_5$	dép 6 $u_6, v_6$
force1 $X_1, Y_1$	$k_{11,I}$	$k_{12,I}$	$k_{13,I}$			
force2 $X_2, Y_2$	$k_{21,I}$	$k_{22,I}$ + $k_{22,III}$	$k_{23,I}$ + $k_{23,III}$	$k_{24,III}$ + $k_{24,III}$		
force3 $X_3, Y_3$	$k_{31,I}$	$k_{32,I}$ + $k_{32,III}$	$k_{33,I}$ + $k_{33,II}$ + $k_{33,III}$	$k_{34,II}$ + $k_{34,III}$	$k_{35,II}$	
force4 $X_4, Y_4$		$k_{42,III}$	$k_{43,II}$ + $k_{43,III}$	$k_{44,II}$ + $k_{44,III}$ + $k_{43,IV}$	$k_{45,II}$ + $k_{45,IV}$	$k_{46,IV}$
force5 $X_5, Y_5$			$k_{53,II}$	$k_{54,II}$ + $k_{54,IV}$	$k_{55,II}$ + $k_{55,IV}$	$k_{56,IV}$
force 6 $X_6, Y_6$				$k_{64,IV}$	$k_{65,IV}$	$k_{66,IV}$

## C. Techniques approchées. Méthode des éléments finis

### Exemple d'une structure bidimensionnelle fléchie

#### Résolution du système linéaire

Formulation élémentaire:

$$E p_e = \frac{1}{2} U_e^t K_e U_e - U_e^t F_e$$

assemblage :

$$E p = \sum_{\{e\}} E p_e$$

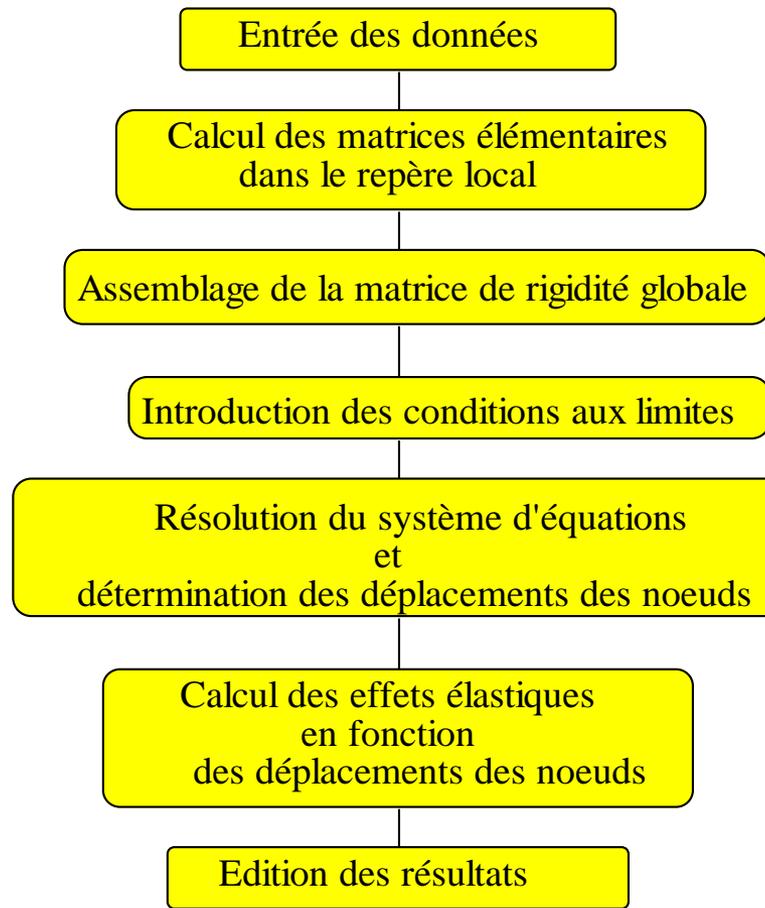
formulation globale :

$$K U = F$$

- On en déduit, grâce aux fonctions d'interpolation les déplacements en tout point de la structure,
- On peut déduire les déformations puis, par la loi de comportement, les contraintes, puis des critères de résistance par exemple.

## C. Techniques approchées. Méthode des éléments finis

### Organigramme récapitulatif du processus de résolution

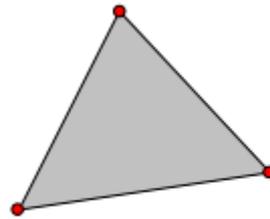


# C. Techniques approchées. Méthode des éléments finis

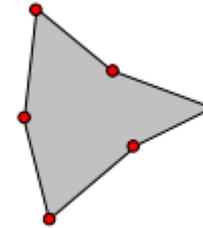
## Problèmes pratiques posés à l'utilisateur de la méthode des éléments finis

### Choix des éléments

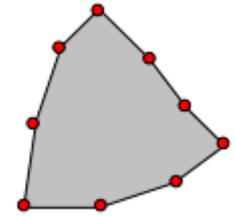
#### Eléments triangulaires



Linéaire : 3 noeuds

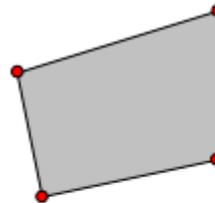


Quadratique : 6 noeuds

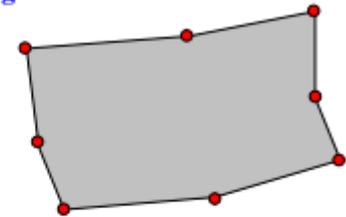


Cubique : 9 noeuds

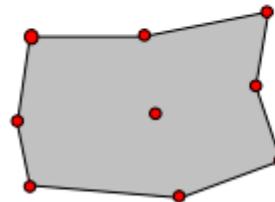
#### Eléments quadrangulaires



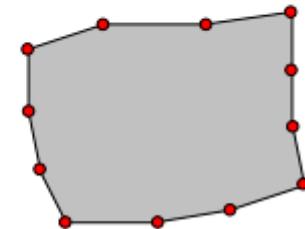
Linéaire : 4 noeuds



Quadratique incomplet : 8 noeuds



Quadratique complet : 9 noeuds



Cubique : 12 noeuds

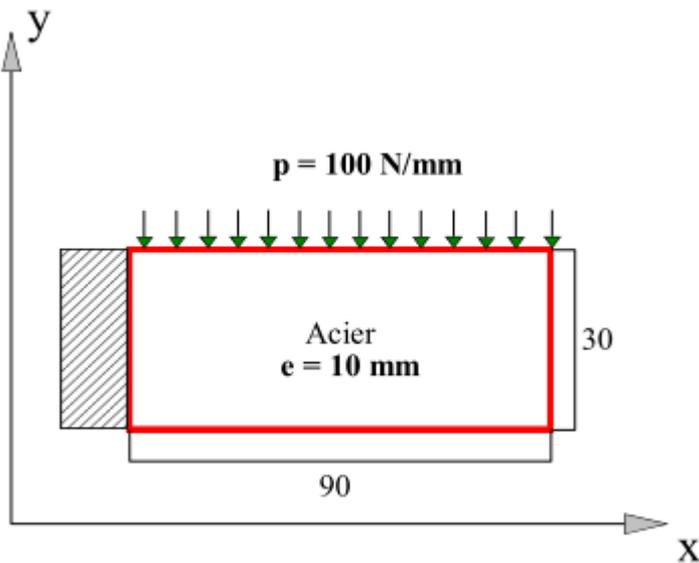
- Le triangle à 3 nœuds conduit à une approximation linéaire pour le champ des déplacements et uniforme pour le tenseur des contraintes.
- Des éléments plus performants sont utilisés lorsque l'on veut une approximation plus précise.

# C. Techniques approchées. Méthode des éléments finis

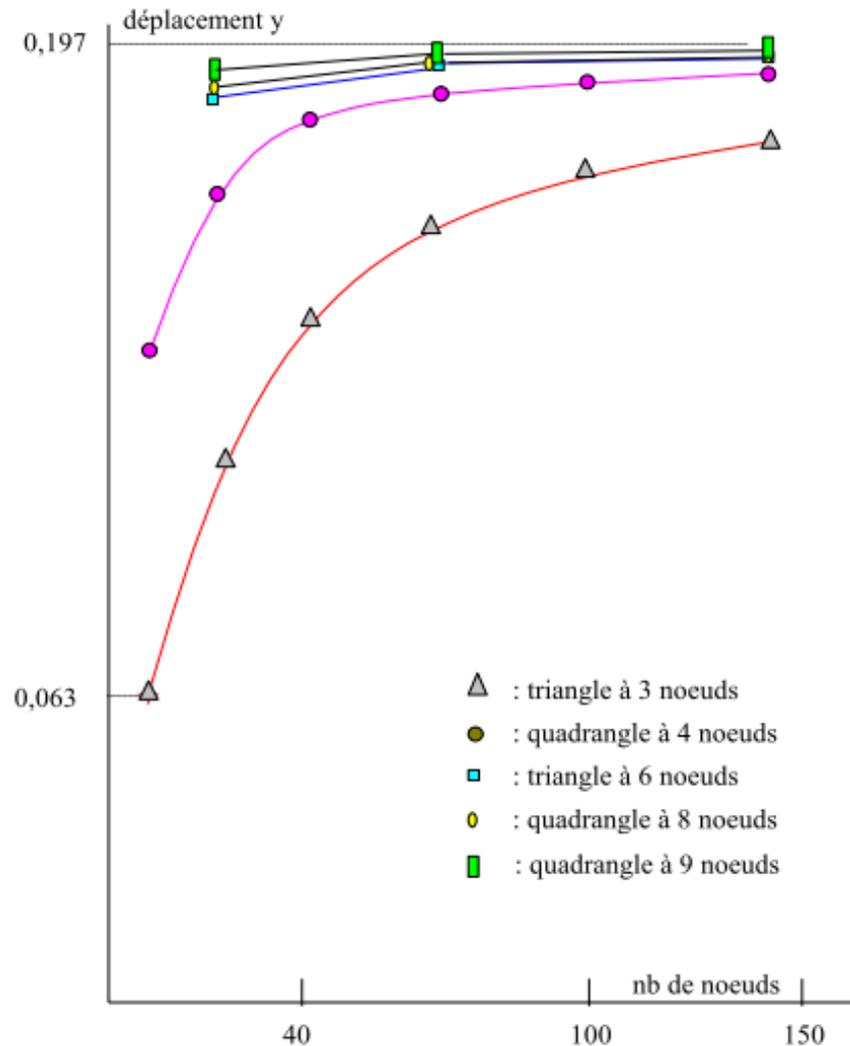
## Problèmes pratiques posés à l'utilisateur de la méthode des éléments finis

### Influence de la densité du maillage

- Exemple d'un lopin rectangulaire fléchi
- On fait varier :
  - le type d'éléments
  - la densité des éléments



- Notions de raffinement et de convergence de la solution



## A retenir

**Savoir poser un problème :**

**1/ savoir simplifier une géométrie**

- 2D ou 3D ?
- en 2D : contraintes planes ou déformations planes ?
- pertinence de modèles simplifiés de type poutre ou plaque ?
- en utilisant des symétries

**2/ savoir définir les conditions aux limites**

- reconnaître un problème bien posé
- imposer des déplacements, des efforts intérieurs ou de frontière
- imposer une symétrie

**2/ connaître les limites du modèle élastique linéaire**

- a-t-on dépassé la limite d'élasticité ?
- les phénomènes d'intérêt sont-ils accessibles par le modèle ?

**Savoir résoudre un problème :**

**1/ connaître les solutions analytiques disponibles dans la littérature**

**2/ savoir poser un calcul éléments-finis (cf Td 4)**

- notions de nœuds, de fonctions d'interpolation, de matrice de rigidité, de taille du système
- savoir ce qu'on peut attendre d'un type d'éléments (compromis degré – densité)
- savoir mener une étude de convergence
- savoir post-traiter une solution