

## Exemples d'application d'une formulation intégrale hautes fréquences.

A. LE BOT, A. BOCQUILLET, M.N. ICHCHOU, L. JEZEQUEL

École Centrale de Lyon, Dynamique des Systèmes et des Structures, UMR CNRS 5513, ECULLY.

**Résumé :** Ce papier présente des exemples d'études effectuées avec un modèle énergétique de la vibroacoustique hautes fréquences. Ce modèle suppose que toutes les ondes se propageant dans le système sont décorréélées. Ces ondes sont à symétrie de révolution, planes en dimension un, cylindriques en dimension deux et sphériques en dimension trois. Deux codes de calcul basés sur cette technique ont été développés. L'un concerne l'acoustique intérieure et l'autre les assemblage de plaques. Des résultats de simulations numériques sont proposés et comparés avec ceux issus de méthodes plus reconnues.

### 1 Introduction

Les précédents colloques de ce GDR ont été l'occasion de présenter les méthodes que nous avons adoptées pour aborder le domaine des hautes fréquences en vibroacoustique. Les détails de ces méthodes ne sont pas repris dans ce texte ; le lecteur trouvera toutes les explications nécessaires dans les actes des colloques passés [1, 2, 3, 4]. Rappelons simplement le contenu de ces publications. La première [1] concerne les systèmes de dimension un. Plusieurs exemples ont été étudiés : système isotrope avec un seul type d'onde, non isotrope avec un seul type d'onde et isotrope avec deux types d'ondes. Pour les systèmes en dimension supérieure, seuls les cas à symétrie simple ont pu être résolus. Le cas général des systèmes en dimension deux ou trois est abordé dans les seconde et troisième publications. Deux méthodes répondent à ce problème. L'une repose sur l'hypothèse que le champ vibratoire est une superposition d'ondes planes [2]. Elle conduit à une équation différentielle sur la densité d'énergie. L'autre considère plutôt une superposition d'ondes à symétrie de révolution (cylindriques ou sphériques) [3] et conduit à une équation intégrale du type Fredholm de seconde espèce. Ces deux méthodes coïncident en dimension un. Mais des différences significatives peuvent apparaître en présence de champ largement non diffus. L'une et l'autre des méthodes ont été appliquées aux assemblages de plaques. La quatrième publication [4] compare les résultats de simulations numériques sur ces méthodes avec deux techniques plus répandues, l'Analyse Statistique de l'Énergie (SEA) et une variante connue sous le sigle WIA (*Wave Intensity Analysis* [5]).

Ce texte propose plusieurs exemples d'études effectuées avec la version intégrale des deux méthodes [3]. Deux codes ont été développés, l'un traite les salles acoustiques et le second les assemblages de plaques. Des simulations sont proposées pour ces deux types de systèmes.

## 2 Acoustique intérieure

L'application de la méthode énergétique à l'acoustique intérieure nécessite la résolution d'une équation intégrale de frontière du type Fredholm de seconde espèce. Le schéma numérique retenu est la méthode de collocation avec des sources fictives constantes sur chaque élément de frontière. Les points de collocation sont situés au barycentre des éléments de frontière. Ces derniers sont issus du mailleur IDEAS et peuvent être indifféremment des triangles ou des quadrilatères. Le code énergétique est applicable à toute salle dont la frontière est constituée de portions de plans délimités par des segments de droites.

Les simulations numériques proposent une comparaison avec les résultats de l'acoustique géométrique. Pour ce faire, le code RAYON2.0 développé par EDF (département AMV de la DER) a été employé. Les caractéristiques générales sont les suivantes ; 64000 rayons émanent de la source sonore et ils peuvent subir jusqu'à 14 réflexions. La loi de réflexion adoptée est la loi de Lambert pour être conforme avec l'hypothèse adoptée dans le modèle énergétique.

La première salle testée est en forme d'aile (figure 1). Les dimensions (30 m, 30 m, 10 m) sont visibles sur la représentation filaire en haut à gauche de la figure 1. Les coefficients de réflexion adoptés sont de 0,75. Compte tenu du volume de la salle ( $5000 \text{ m}^3$ ) la densité modale est 250 modes par rad/s à 1 kHz.

La deuxième salle testée (figure 2) est en forme d'usine. Les dimensions sont 20 m, 10 m, 10 m. Les coefficients de réflexion adoptés sont de 0,85 ; 0,75 ; 0,95 ou 0,5 suivant la face. Le volume de cette salle étant plus faible que celui de la précédente, la densité modale est de 125 modes par rad/s à 1 kHz.

## 3 Assemblage de plaque

Le cas des assemblages de plaques est un peu plus compliqué. Il s'agit ici de résoudre un système d'équations intégrales de Fredholm de seconde espèce. Ces équations (une par plaque) sont couplées à travers les conditions aux interfaces explicitées dans la référence [3]. Le schéma numérique de résolution est toujours la méthode de collocation avec des inconnues constantes sur les segments de frontière. Le maillage de la frontière ne présente évidemment aucune difficulté puisqu'il s'agit de segments de droites. Les plaques doivent être délimitées par des segments mais peuvent être assemblées de façon quelconque dans l'espace.

La maquette testée est réalisée dans une tôle en acier de 8/10 mm (figure 3). Elle est recouverte d'une couche d'un matériau visco-élastique afin d'augmenter son amortissement structural. Celui-ci a été mesuré à 1 kHz, sa valeur est de 2%. Les dimensions de la

maquette sont les suivantes : longueur de la plaque supérieure, 0,5 m ; largeur, 0,3 m ; hauteur de la maquette, 0,15 m. À 1 kHz, la longueur d'onde est de 9 cm. La densité modale est de 0,001 modes par rad/s pour la plaque supérieure, soit un recouvrement modal de 1,2 à 1 kHz. Le calcul énergétique est réalisé avec une centaine d'éléments de frontière, la puissance injectée par la source est une donnée du code, elle a été mesurée.

## 4 Conclusions

Ces études illustrent les capacités et la pertinence du modèle énergétique décrit dans la référence [3]. Rappelons en simplement les principales hypothèses. Le champ vibratoire est construit comme une superposition d'ondes à symétrie de révolution, ondes planes en dimension un, ondes cylindriques en dimension deux et ondes sphériques en dimension trois. Ces ondes émanent des sources réelles situées dans le domaine et de sources fictives localisées sur la frontière du domaine. *Toutes ces ondes sont supposées décorrélées*, ce qui autorise une description à l'aide de variables énergétiques, celles-ci devenant additives.

Les équations fondamentales de ce modèle sont du type Fredholm de seconde espèce. Ainsi, le schéma numérique de résolution choisi pour l'implémentation dans les codes est la méthode de collocation avec des sources fictives constantes sur chaque segment de frontière. Deux codes ont été développés, le premier résout l'équation intégrale pour des salles acoustiques dont la frontière est constituées de portions planes, le second résout un système d'équations intégrales pour des plaques couplées, chacune d'entre elles ayant une frontière constituée de segments de droites.

Les résultats du premier code sont comparés avec ceux de l'acoustique géométrique. Il importe de préciser que la loi de réflexion adoptée pour cette dernière technique est la loi de réflexion diffuse ou loi de Lambert. En effet, le modèle énergétique adopte une hypothèse semblable pour la direction d'émission de l'énergie des sources secondaires. Les résultats montrent un accord presque parfait entre les deux méthodes. Il semble que les différences observées ne soient dues qu'aux approximations numériques. *Bien que conduisant à des implémentations numériques très différentes, la méthode énergétique et l'acoustique géométrique avec réflexions diffuses sont physiquement équivalentes*. Les temps de calculs des codes respectifs sont d'ailleurs voisins.

Les résultats du second code sont comparés avec des essais effectués sur une maquette. Le maillage adopté pour la méthode énergétique comporte une centaine d'éléments alors qu'un calcul éléments finis avec les techniques classiques basses fréquences aurait nécessité de l'ordre de quelques dizaines de milliers de degrés de liberté (avant réduction) à trois kilo Hertz. De plus, ce maillage ne dépend pas de la fréquence. Les calculs deviennent accessibles jusqu'aux hautes fréquences. En contre-partie de ce gain de calcul, il faut renoncer à une partie de l'information sur le comportement du système. *Tous les phénomènes qui relèvent de la présence des résonances ne sont pas prédits par la formulation énergétique*. C'est ce qu'indiquent clairement les comparaisons calculs-mesures de la figure 3.

## Remerciements

Les auteurs tiennent à remercier M. Aquilina (CERDAN, Toulon) pour son soutien et MM. Ricol et Luzzato (EDF-DER, Clamart) pour leur aimable prêt de RAYON2.0 et leurs précieux conseils.

## Références

- [1] A. Le Bot, M.N. Ichchou, and L. Jezequel. Formulation énergétique pour l'étude moyennes et hautes fréquences des structures. In *Premier Colloque du Groupement de Recherche Vibroacoustique GDR 1138, Marseille France*, pages 1–12, 1994.
- [2] M.N. Ichchou, A. Le Bot, and L. Jezequel. Couplage de plaques en hautes fréquences : méthode de l'équation de la chaleur. In *Second Colloque du Groupement de Recherche Vibroacoustique GDR 1138, Marseille France*, pages 65–79, 1996.
- [3] A. Le Bot, M.N. Ichchou, and L. Jezequel. Couplage de plaques en hautes fréquences : formulation intégrale et perspectives acoustiques. In *Second Colloque du Groupement de Recherche Vibroacoustique GDR 1138, Marseille France*, pages 81–92, 1996.
- [4] M.N. Ichchou, P. Moron, A. Le Bot, and L. Jezequel. Synthèse comparative de quatre méthodes prédictives pour le domaine non modal. In *Troisième Colloque du Groupement de Recherche Vibroacoustique GDR 1138, Le Mans France*, pages 177–185, 1997.
- [5] R.S. Langley. A wave intensity technique for the analysis of high frequency vibrations. *Journal of Sound and Vibration*, 159(3):483–502, 1992.

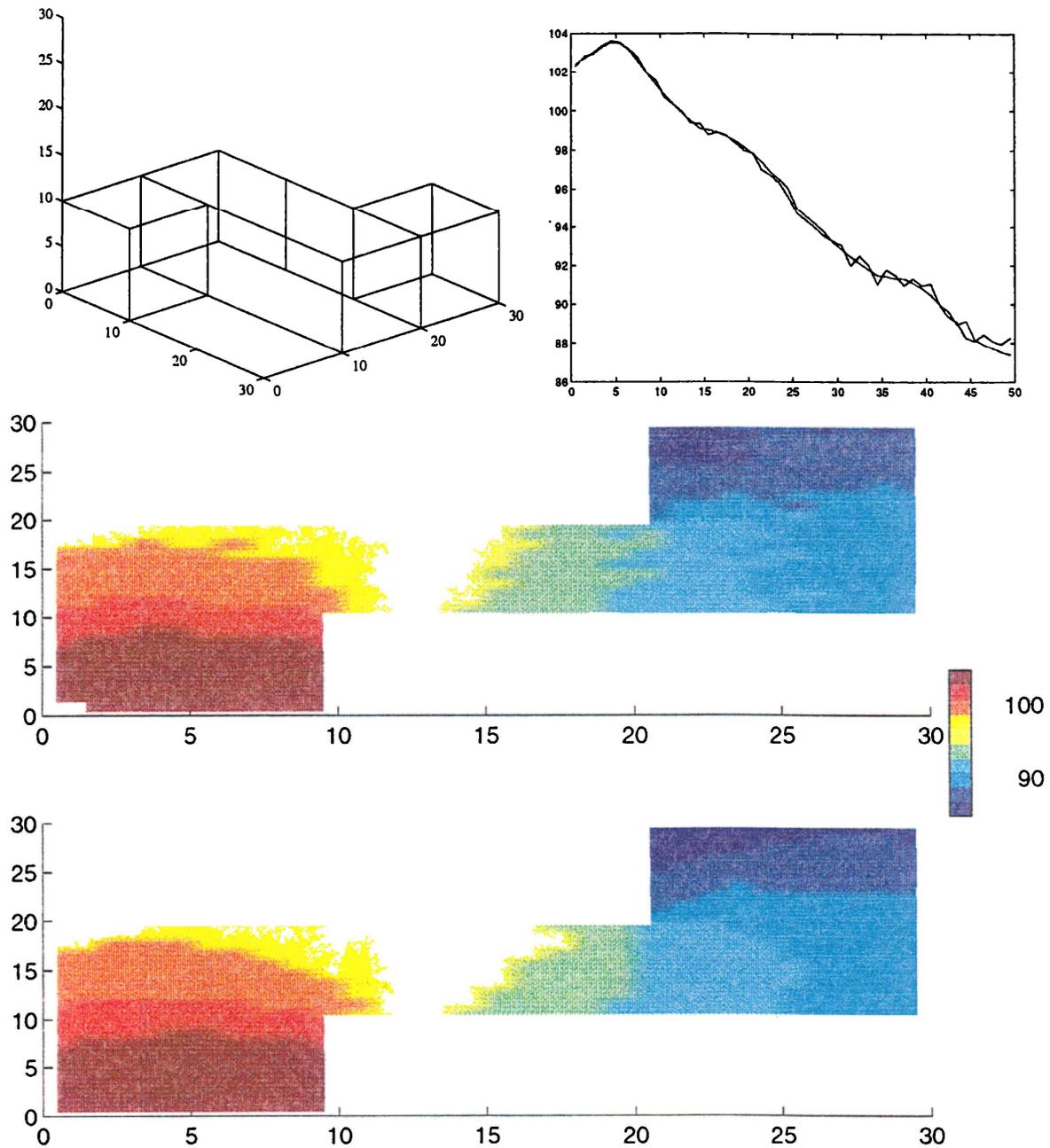


FIG. 1 - Comparaison méthode intégrale - rayons (code RAYON2.0 réalisé par EDF). En haut à gauche, vue filaire de la salle. En haut à droite comparaison des niveaux de pression acoustique (SPL) en dB le long de la salle; rouge, méthode des rayons; vert, méthode intégrale. En bas, cartes du champ de pression acoustique (SPL) en dB, (a) méthode des rayons, (b) méthode intégrale.

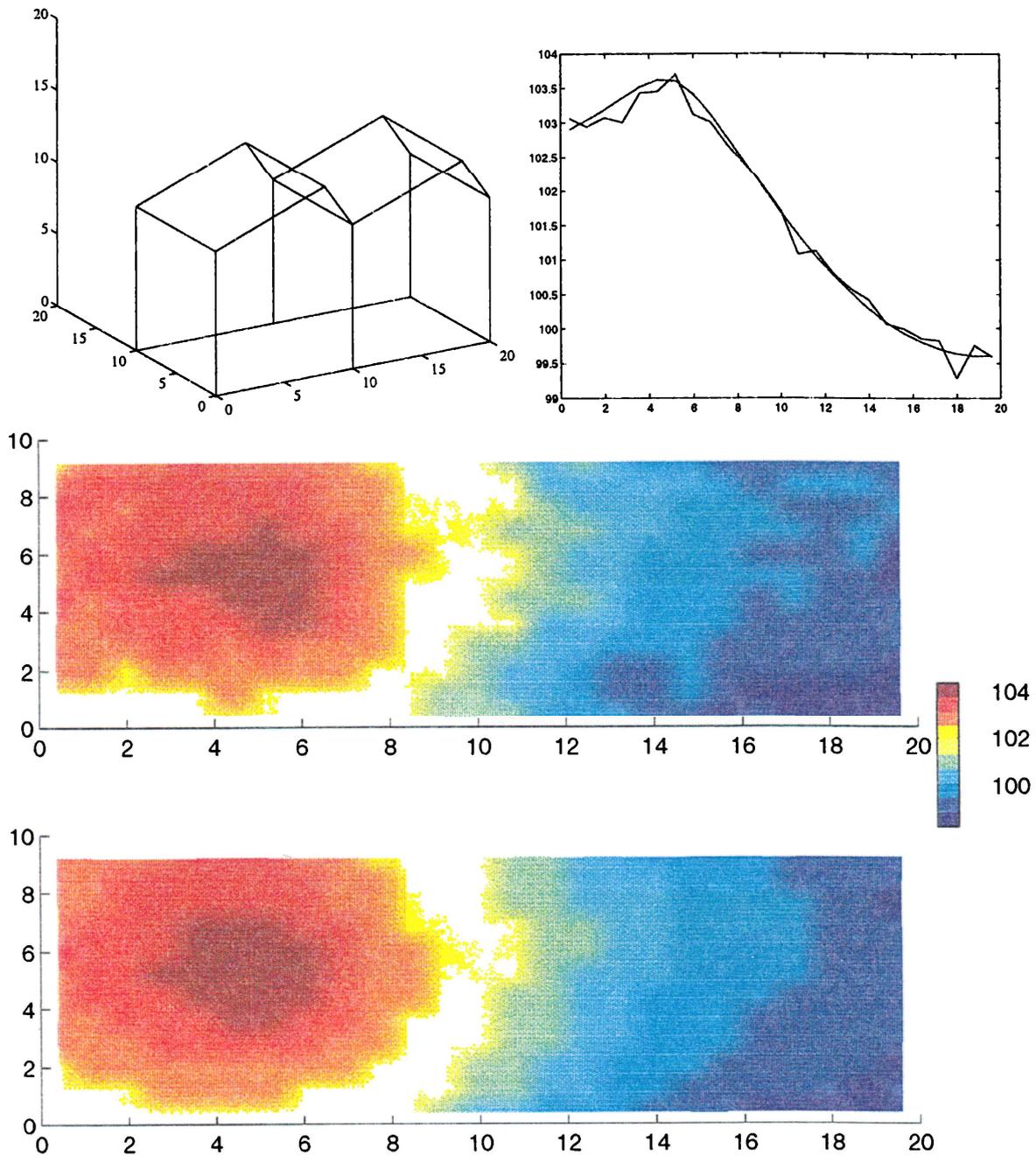


FIG. 2 - Comparaison méthode intégrale - rayons (code RAYON2.0 réalisé par EDF). En haut à gauche, vue filaire de la salle. En haut à droite comparaison des niveaux de pression acoustique (SPL) en dB le long de la salle ; rouge, méthode des rayons ; vert, méthode intégrale. En bas, cartes du champ de pression acoustique (SPL) en dB, (a) méthode des rayons, (b) méthode intégrale.

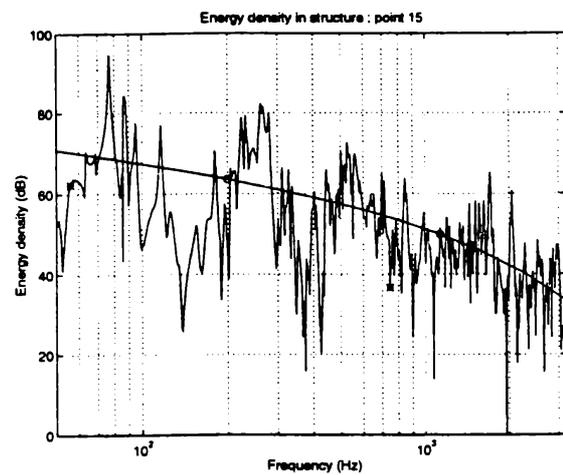
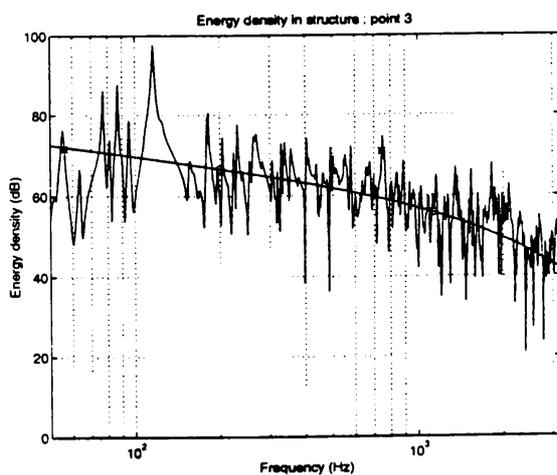
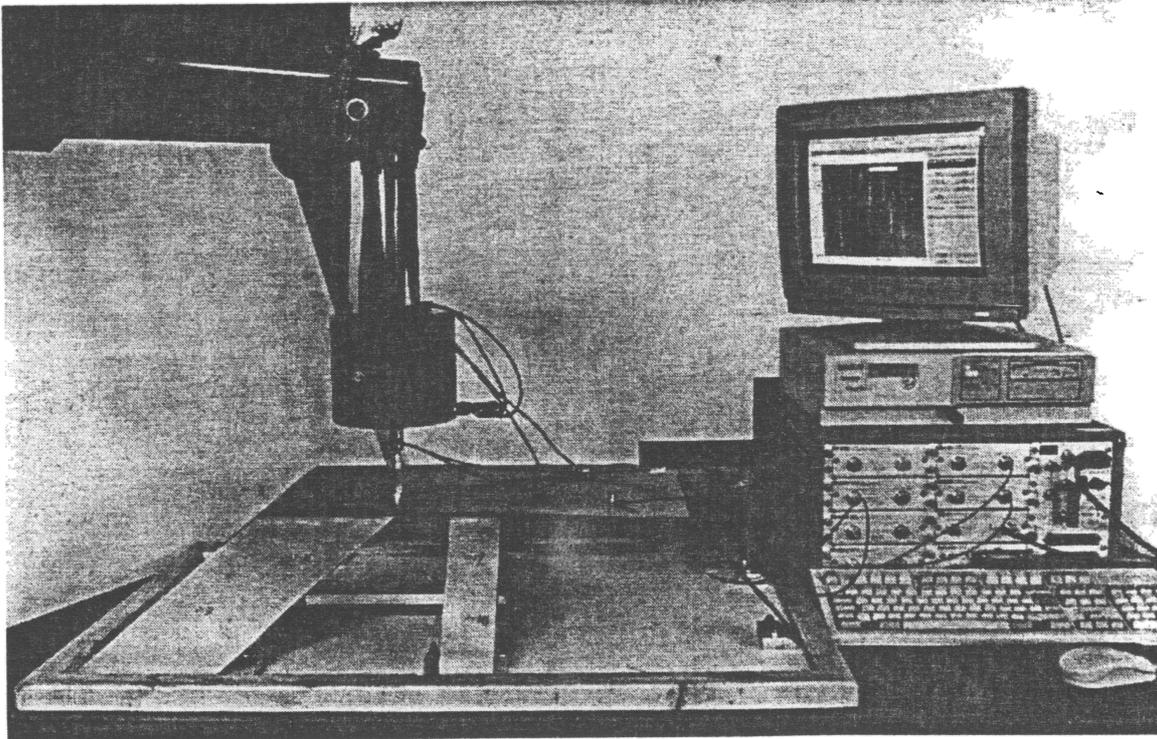


FIG. 3 – *Expérimentation sur une maquette. En haut, photographie du montage expérimental. En bas, comparaison des fonctions de réponse en fréquence (FRF) calculée selon la méthode intégrale (courbe lisse) et mesurée (courbe perturbée) en deux points de mesure.*