

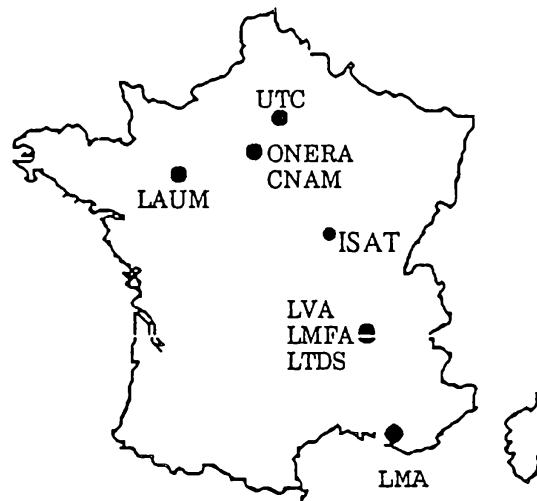


CENTRE NATIONAL DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE

GDR 1138
Vibroacoustique

**TROISIEME COLLOQUE DU GROUPEMENT
DE RECHERCHE**
Vibroacoustique

**Le Mans 3 et 4 mars 1997
Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine**



Textes des communications

Publications du LMA N° 144 (mai 1997)
Répertoriées dans la base Pascal de l'I.N.I.S.T.

ISSN : 1159-0947
ISBN : 2-909669-08-4

Synthèse comparative de quatre méthodes prédictives pour le domaine non modal.

M. N. Ichchou, P. Moron, A. Le Bot et L. Jezequel
École Centrale de Lyon, Dynamique des Systèmes et des Structures, UMR CNRS 5513.
ÉCULLY, FRANCE.

Résumé: Dans cette synthèse, quatre méthodes énergétiques prédictives pour le domaine non modal sont abordées. Ces méthodes sont dans l'ordre, l'analyse statistique de l'énergie (SEA), l'analyse ondulatoire de l'énergie (WIA), et les deux formes des équations énergétiques simplifiée (MES) dont les développements ont été présentés dans les derniers colloque du GDR Vibroacoustique. Ces méthodes sont confrontées dans le but d'avoir des tendances sur la qualité des prédictions qu'elles fournissent. Les cas tests choisis ici sont des assemblages de plaques. Les simulations numériques que nous avons effectuées montrent que les deux formes des équations énergétiques simplifiée permettent de prédire "correctement" les niveaux d'énergie des systèmes réverbérants ou non réverbérants.

1 Description des méthodes étudiées

1.1 L'analyse statistiques de l'énergie (SEA).

Les hypothèses de base de la (SEA) portent dans l'ordre sur les propriétés du système à étudier, sur la nature et les caractéristiques de l'excitation et enfin sur la notion fondamentale de couplage entre les systèmes. Les systèmes étudiés dans le cadre de la (SEA) sont ordinairement des systèmes élastiques linéaires bornés. Ses systèmes seront décrits par leurs fréquences propres non couplées, leurs déformées et leurs amortissements (facteur de perte par dissipation). Chaque sous-système se décompose en groupes de modes sélectionnés à l'aide d'un critère basé sur la similarité au niveau de l'excitation, sur les couplages aux autres groupes de modes, et sur l'amortissement. De plus, leur énergie est pratiquement identique. Les excitations sont limitées à des forces aléatoires, ergodiques et stationnaires à bandes larges. Si elles sont multiples, les excitations sont entièrement décorrélées. Finalement, le couplage entre systèmes sera généralement conservatif et supposé "faible".

Considérons donc un système complexe que l'on a décomposé judicieusement en sous-systèmes vibrants pour lesquels on a précisé les états de chargement. L'état dynamique des sous-systèmes et de leurs interactions peut être défini à partir d'une matrice de facteur de perte que l'on notera $[\eta]$. La réponse est caractérisée par le vecteur d'énergie moyenne $\{\langle \mathcal{W} \rangle\}$. Le vecteur des puissances injectées à chaque sous-système sera lui noté $\{\langle P_{inj} \rangle\}$. L'expression qui relie ces trois vecteurs résulte de la généralisation des relations concernant le couple de plusieurs oscillateurs en respectant les hypothèses ci-dessus :

$$[\eta] \{\langle \mathcal{W} \rangle\} = \left\{ \left\{ \langle P_{inj} \rangle \right\} / \omega_c \right\} \quad (1)$$

$$\text{où : } [\eta] = \left[\delta_{rs} \sum_r \eta_{sr} - (1 - \delta_{rs}) \eta_{rs} \right]_{s,r} \quad \text{et } \eta_{rr} = \eta_r$$

Les coefficients η_{rs} sont les facteurs de perte par couplage définis dans le paragraphe précédent. ω_c est la fréquence centrale de la bande de fréquence à laquelle on s'intéresse. Par inversion du

système donné dans la relation ci-dessus, on obtient le vecteur des énergies moyennes.

$$\{\langle \mathcal{W} \rangle\} = (\omega_c [\eta])^{-1} \{\langle P_{inj} \rangle\} \quad (2)$$

Les équations (1) et (2) définissent l'ossature du modèle (SEA), lorsqu'on utilise une approche statistique dans le cadre des hypothèses que l'on a détaillées.

Des études de confrontation qui ont été entreprises, il sort que la (SEA) est efficace pour l'analyse de systèmes *réverbérants*, avec un *grand nombre de modes résonants* dans la bande de fréquence étudiée. Les excitations sont généralement des forces aléatoires stationnaires et les relations donnant les flux de puissance échangés ne sont pas directement applicables à *une excitation à fréquence pure ou à bande étroite*. Toutefois, il est à noter des progrès dans l'analyse des flux échangés entre sous-systèmes excités par des forces *non-stationnaires* (*transitoires ou à variation lente dans le temps*). Le calcul (SEA) fournit les énergies moyennes des sous-systèmes et *aucune indication n'est fournie sur la concentration de l'énergie* dans les zones particulières des systèmes.

1.2 L'analyse ondulatoire de l'énergie (WIA).

La méthode dite (WIA), abréviation de l'anglais Wave Intensity Analysis, est comme son nom l'indique une méthode énergétique basée sur une description purement propagatoire de l'état dynamique des systèmes. La validité de la (SEA), comme on l'a vu précédemment, est conditionnée par la nature réverbérante des systèmes traités, par des recouvrements modaux importants ($\gg 1$), et par un nombre de mode résonants élevés. Or, des études comparatives portant sur un assemblage de plaque en "L" répondant à ces hypothèses ont fait apparaître une surestimation notable des niveaux vibratoires obtenus à l'aide de la (SEA). Le but principal de la (WIA) est de relaxer l'hypothèse de type champs diffus en décrivant la directivité des énergies évaluées. Rappelons que dans le cadre du calcul modal, l'hypothèse de champs diffus est équivalent à la notion d'équirépartition de l'énergie des modes des sous-systèmes considérés. La (WIA) proposée par R.S Langley se présente comme une extension naturelle à la méthode (SEA), visant à enrichir les prédictions de cette dernière.

L'idée de base de cette approche est une description de la réponse dynamique de chaque sous-systèmes par un *champ d'ondes aléatoires*. En effet, un système soumis à une excitation aléatoire stationnaire, aura une réponse qui peut être décrite par un champ d'ondes aléatoire, stationnaires en temps, mais généralement inhomogène dans l'espace. Cependant, la réponse d'un système *réverbérant*, à fort recouvrement modal, et avec un grand nombre de modes résonants tend à devenir *homogène* quand la fréquence augmente. On fera désormais, l'hypothèse d'un champ d'onde homogène, et on supposera les *systèmes faiblement amortis*. La réponse dynamique du système, qui rappelons le est réverbérant et faiblement amorti, sera alors dominée par les ondes se propageant librement (décrites par l'opérateur différentiel décrivant le mouvement libre non amorti) dans le système. En exprimant le mouvement libre en fonction des valeurs et vecteurs propres de l'opérateur différentiel, l'auteur établit l'expression de la densité d'énergie totale d'un composant sous la forme :

$$\langle \mathcal{W} \rangle = 2 \langle \mathcal{I} \rangle = \sum_j \int_{\theta} \int_{\omega} \langle \mathcal{W}_j \rangle (\theta, \omega) d\theta d\omega \quad (3)$$

Avec :

$$\langle \mathcal{W}_j \rangle (\theta, \omega) = 2 \rho \omega^2 S_j (\theta, \omega) \quad (4)$$

j dans ces expressions est l'indice des valeurs et vecteurs propres de l'opérateur différentiel. $S_j(\theta, \omega)$ est la densité spectrale de l'onde d'indice j . L'équation (3) montre que sous l'hypothèse d'incohérence des ondes libres, les différents types d'ondes contribuent indépendamment à l'énergie totale du système. D'autres part l'équation (4), exprime la densité d'énergie d'une onde plane de pulsations ω qui se propage dans la direction θ à partir du spectre fréquence-onde d'incidence. Pour une telle onde, le vecteur flux de puissance peut être donné sous la forme :

$$\langle \bar{I}_j \rangle(\theta, \omega) = c_{\rho j} \langle \mathcal{W}_j \rangle(\theta, \omega) \bar{n}(\theta) \quad (5)$$

où : $c_{\rho j}$ désigne la vitesse de groupe de l'onde de type j et $\bar{n}(\theta)$ est le vecteur unitaire dans la direction θ . La relation (5) exprimant la proportionnalité du flux de puissance et de l'énergie totale d'une onde non-amortie ou très faiblement amorties, est souvent utilisée en physique. A ce stade, l'un des points originaux de la méthode (WIA) est qu'elle consiste à déterminer pour chaque système les énergies associées aux ondes libres à partir d'un bilan de conservation traduisant l'équilibre entrée-sortie pour une onde isolée d'orientation θ et d'indice j :

$$\langle P_{inj}^j \rangle(\theta, \omega) + \langle P_{entli}^j \rangle(\theta, \omega) = \langle P_{diss}^j \rangle(\theta, \omega) + \langle P_{sor}^j \rangle(\theta, \omega) \quad (6)$$

où : $\langle P_{inj}^j \rangle$ désigne la puissance injectés par les forces extérieures, $\langle P_{diss}^j \rangle$ est la puissance dissipée, $\langle P_{entli}^j \rangle$ et $\langle P_{sor}^j \rangle$ sont respectivement les puissances entrantes (dues au transfert d'une onde de type i en une onde de type j) et sortantes aux frontières du système. En adoptant un modèle de dissipation similaire à celui utilisé en (SEA), la puissance dissipée peut se mettre sous la forme

$$\langle P_{diss}^j \rangle(\theta, \omega) = \omega \eta_j A_j \langle \mathcal{W}_j \rangle(\theta, \omega) = \omega \eta_j \langle \mathcal{W}_j \rangle_j(\theta, \omega) \quad (7)$$

η_j est le facteur de perte et A_j désigne une longueur, une surface ou un volume. $\langle \mathcal{W}_j \rangle_j$ est l'énergie totale associée à une direction θ de l'onde j . La puissance sortant d'une frontière s'écrit en fonction du vecteur intensité :

$$\langle P_{sor}^j \rangle = \bar{I}_j(\theta, \omega) \cdot \bar{n} L \quad (8)$$

\bar{n} est la normale sortante à la frontière, et L est la longueur de la frontière. Seules les frontières où $\bar{n} \cdot \bar{n}(\theta) > 0$ sont à considérer. Pour un système à deux dimensions, l'expression (8) peut se mettre sous la forme :

$$\langle P_{sor}^j \rangle = (\omega L/2 \pi) (\langle \mathcal{W}_j \rangle_j / v_j) (\cos(\theta + \pi/2 - \psi) / c_{\rho j}) \quad (9)$$

ψ est l'orientation de la frontière. $c_{\rho j}$ est la vitesse de phase et v_j est la densité modale associée à l'onde de type j donné par la relation : $v_j = \omega A_j / 2\pi c_{\rho j} c_{\rho j}$. Le dernier terme qui apparaît dans le bilan de puissance associé à chaque type d'onde est la puissance transmise d'une onde de type i de direction de propagation ϕ se transférant en onde de type j de direction de propagation θ .

$$\langle P_{entli}^j \rangle(\theta, \omega) = (\omega L/2 \pi) (\langle \mathcal{W}_i \rangle_i(\phi, \omega) / v_i) (\cos(\theta + \pi/2 - \psi) / c_{\rho j}) \tau_{ij}(\phi + \pi/2 - \psi) \quad (10)$$

où τ_{ij} est le coefficient approprié de transmission de l'énergie. Les relations (7), (8) et (10) fournissent les expressions des puissances qui interviennent dans le bilan d'équilibre (6). Ces relations se combinent alors pour donner :

$$\begin{aligned} \langle P_{inj}^j \rangle(\theta, \omega) + (\omega/2 \pi c_{\rho j}) \sum_m \sum_i (\langle \mathcal{W}_i \rangle_i(\phi_{mi}, \omega) / v_i) L_m \cos(\theta + \pi/2 - \psi_m) \tau_{ij}^m(\phi_{mi} + \pi/2 - \psi_m) \\ = \omega \eta_j \langle \mathcal{W}_j \rangle_j(\theta, \omega) + (\omega/2 \pi c_{\rho j}) (\langle \mathcal{W}_i \rangle_i(\theta, \omega) / v_j) \sum_k L_k \cos(\theta + \pi/2 - \psi_k) \end{aligned} \quad (11)$$

La somme sur m représente la sommation sur les frontières entrantes. Celle sur k concerne les frontières sortantes. Finalement la somme sur i est la somme sur les types d'ondes (valeurs propres de l'opérateur différentiel de déplacement). L'équation ci-dessus, est bien entendu valable pour toute les formes d'ondes de type j . Ainsi, on supposant connu les puissances injectées (souvent prises égale à la puissance semi-infinie), l'équation (11) représente un ensemble d'équations linéaires, dont la résolution conduit à la détermination des énergies $\langle \mathcal{W}_j \rangle_j(\theta, \omega)$.

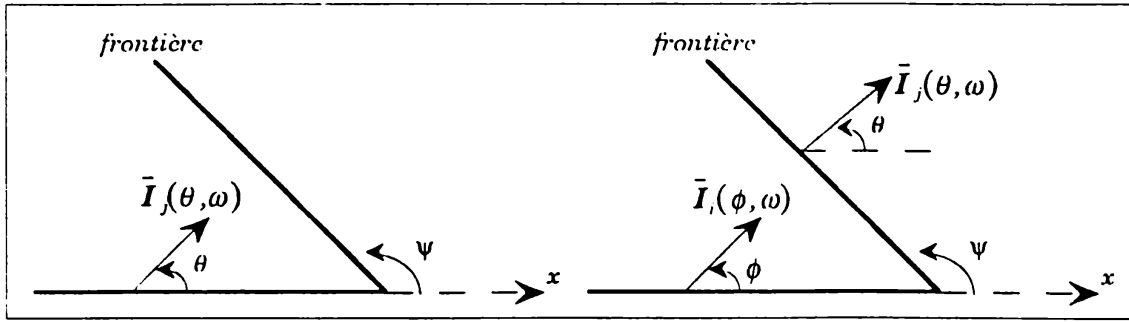


FIG.1 Modèle de frontière pour la (W.I.A).

Dans la pratique ces dernières sont recherchées à l'aide d'un schéma de Ritz utilisant des fonctions de forme $N_{jp}(\theta)$:

$$\langle \mathcal{W}_j \rangle_j(\theta, \omega) = \sum_p \langle \mathcal{W}_j \rangle_{jp}(\omega) N_{jp}(\theta) \quad (12)$$

En introduisant la relation (12) dans la relation (11), on aboutit au système matriciel suivant

$$[C_{ip}] \{ \langle \mathcal{W}_i \rangle_{ip} / v_i \} = P \quad (13)$$

Dans cette expression, la matrice $[C]$ et le vecteur $[P]$ sont donnés par :

$$C_{jp, is} = \delta_{ij} \left\{ \tilde{\omega} \eta_j n_j \int_0^{2\pi} N_p^j(\theta) N_s^i(\theta) d\theta + (\omega/2\pi c_{pj}) \sum_k L_k \int_{\Theta_k} N_p^j(\theta) N_s^i(\theta) \cos(\theta + \pi/2 - \psi_k) d\theta \right. \\ \left. - (\omega/2\pi c_{pj}) \sum_m L_m \int_{\Theta_m} N_p^j(\theta) N_s^i(\phi_{mi}) \cos(\theta + \pi/2 - \psi_m) \tau_{ij}^m(\phi_{mi} + \pi/2 - \psi_m) d\theta \right\} \quad (14)$$

et :

$$P_{jp} = \int_0^{2\pi} P_{ij}^j(\theta, \omega) N_p^j(\theta) d\theta \quad (15)$$

Θ_k et Θ_m représentent les intervalles appropriés d'intégration pour la frontière considérée. il est à noter que dans l'expression (15), le paramètre ϕ_{mi} est relié à l'angle d'incidence θ par la loi de Descartes. Ainsi à partir de la connaissance des puissances injectées, le vecteur des énergies peut s'obtenir par inversion du système (14). Dans l'expression (13), les énergies $\langle \mathcal{W}_i \rangle_{ip} / v_i$ correspondent aux énergies modales, telles qu'elles apparaissent dans la (SEA). En particulier, lorsque les énergies $\langle \mathcal{W}_i \rangle(\theta, \omega)$, ne dépendent pas de l'angle θ , (hypothèse de champs diffus), les équations (1.96) se réduisent aux expressions de la (SEA).

En conclusion, la (WIA) est une méthode à variables énergétiques qui s'intéresse à des systèmes réverbérants et faiblement amortis, modélisé par un champs d'ondes aléatoire. Elle apparaît comme *une version directive de la (SEA)* et son apport essentiel est *l'hypothèse d'incohérence des ondes* qui garantit une superposition linéaire des énergies. Néanmoins, la (WIA) *reste une description discrète* des échanges d'énergies, et *ne fournit pas une description spatiale* de l'état dynamique. Elle ne permet pas non plus une description spatiale continue des phénomènes d'amortissement.

2.3 Les méthodes énergétiques simplifiée (MES).

Pour les développements des différentes formulations de la (MES) dans le cas des systèmes à plusieurs dimensions, on se place toujours dans le cadre général de l'élastodynamique. Les systèmes auxquels on s'intéresse, sont linéaires, élastiques et isotropes. Ces systèmes sont dissipatifs et possèdent *un facteur de perte par dissipation faible*. Les hypothèses que nous avons par ailleurs introduites sont encore valables. A savoir :

- (i) *Systèmes linéaires, élastiques, dissipatifs et isotropes.*

- (ii) Régime permanent forcé de pulsation ω .
- (iii) Loin des singularités le champ proche est négligeable.

Ces hypothèses sont communes à toutes les formulations que nous présentons par la suite. Parmi ces hypothèses d'ordre général, l'hypothèse sur le facteur de dissipation prend une place prépondérante, puisqu'elle définit le caractère réverbérant des systèmes analysés.

- (iv) Les interférences entre les ondes propagatives ne sont pas prises en compte.

Cette hypothèse est de loin l'hypothèse la plus importante lors de l'élaboration des équations de la (MES). L'hypothèse d'interférences destructives que nous adoptons dans le cas des systèmes à plusieurs dimensions traduit l'incohérence entre les ondes propagatives qui sont non seulement de nature différentes mais aussi de directions différentes. Si σ_i et σ_j sont deux ondes propagatives de direction θ_k et θ_l , l'hypothèse (iv) se met sous la forme :

$$E[\sigma_i(\theta_{ik})\sigma_j^*(\theta_{jl})] = \sigma_i(\theta_{ik})\sigma_i^*(\theta_{ik}) \delta_{ij} \delta(\theta_k - \theta_l) \quad (16)$$

Dans ce cas, à la grandeur quadratique moyenne dans le temps $\langle \mathcal{A} \rangle$, nous associons une grandeur moyenne au sens de l'opérateur $E[\dots]$ que nous notons $\langle \underline{\mathcal{A}} \rangle$ et qui s'écrit :

$$\langle \underline{\mathcal{A}} \rangle = E[\langle \mathcal{A} \rangle] \quad (17)$$

Ainsi, négliger le champ proche loin des singularités, et appliquer la moyenne (17), a pour première conséquence d'annuler la densité du lagrangien qui est principalement due aux interférences entre les ondes propagatives et aux ondes évanescentes. La méthode énergétique simplifiée se base sur les deux grandeurs : densité d'énergie totale moyenne $\langle \underline{W} \rangle$ (Joule/m² en deux dimensions), et l'intensité active moyenne $\langle \underline{I} \rangle$, quantité vectorielle pour les systèmes à deux dimensions (Watt/m). L'hypothèse (iv), que nous introduisons ici est une hypothèse reconnue dans la littérature des moyennes et hautes fréquences.

2.3.1 Forme différentielle des équations énergétiques simplifiées.

On a montré dans une précédente publication, que dans le cas où le comportement dynamique des systèmes vibrants peut être décrit par des ondes planes, la relation entre l'intensité active moyenne et la densité d'énergie totale se met sous la forme:

$$\langle \underline{I} \rangle = -\frac{c_k^2}{\eta \omega} \vec{\text{grad}}(\langle \underline{W} \rangle) \quad (18)$$

La loi de conservation de l'intensité active s'écrit dans le cas général :

$$\nabla \cdot \langle \underline{I} \rangle + \eta \omega \langle \underline{W} \rangle = \langle \underline{p}_{mj} \rangle \quad (19)$$

En introduisant, finalement la loi constitutive dans la loi de conservation rappelée ci-dessus, on aboutit à l'équation de la méthode énergétique simplifiée pour les systèmes à plusieurs dimensions. Soit :

$$-\frac{c_k^2}{\eta \omega} \Delta \langle \underline{W} \rangle + \eta \omega \langle \underline{W} \rangle = \langle \underline{p}_{mj} \rangle \quad (20)$$

L'équation ci-dessus est la forme différentielle des équations de la (SEM) pour les systèmes à deux ou trois dimensions. Elle permet de décrire le comportement moyen de la densité d'énergie totale et de l'intensité active loin des singularités sous l'hypothèse d'ondes planes.

2.3.2 Forme intégrale des équations énergétiques simplifiées.

Les fonctions $\langle \underline{G} \rangle(S, M)$ et $\langle \underline{H} \rangle(S, M)$ définissant la densité d'énergie et l'intensité active véhiculées par une onde propagative axisymétrique et se propageant dans un milieu infini. Pour construire la solution du modèle énergétique, deux principes sont employés. Le principe de superposition énergétique, et le principe de superposition d'un champ direct et d'un champ

réverbéré. A partir de ces deux principes, on construit la densité d'énergie et le vecteur intensité active dans le cas d'une source ponctuelle, par les relations :

$$\langle \underline{W} \rangle (M) = \rho(S) \langle \underline{G} \rangle (S, M) + \int_{\partial \Omega} \rho(P) \bar{\mathbf{n}}_{PM} \cdot \bar{\mathbf{n}}_P \langle \underline{G} \rangle (P, M) dP \quad (21)$$

Pour la densité d'énergie totale. Et :

$$\langle \underline{I} \rangle (M) = \rho(S) \langle \underline{H} \rangle (S, M) + \int_{\partial \Omega} \rho(P) \bar{\mathbf{n}}_{PM} \cdot \bar{\mathbf{n}}_P \langle \underline{H} \rangle (P, M) dP \quad (22)$$

Pour le vecteur intensité active.

Pour compléter cette description, les conditions aux limites aux frontières du domaine sont introduites. Pour des frontières conservatives, la condition limite énergétique que nous avons établie pour les membranes et les plaques sera adoptée. Nous imposons donc que $\langle \underline{I} \rangle \cdot \bar{\mathbf{n}} = 0$ sur les frontières du domaine. En injectant cette condition limite énergétique dans l'expression de l'intensité active, on obtient :

$$2c_s \rho(P) = \left(\int_{\Omega} \rho(S) \langle \underline{H} \rangle (S, P) dS + \int_{\partial \Omega} \rho(P') \bar{\mathbf{n}}_{P'P} \cdot \bar{\mathbf{n}}_{P'} \langle \underline{H} \rangle (P', P) dP' \right) \cdot \bar{\mathbf{n}}_P \quad (23)$$

C'est une équation intégrale de Freedholm de second espèce. Notons que le signe \int désigne la valeur principale au sens de Cauchy.

3 Application au couplage de plaques.

3.1 Couplage de plaques avec mouvement hors plan.

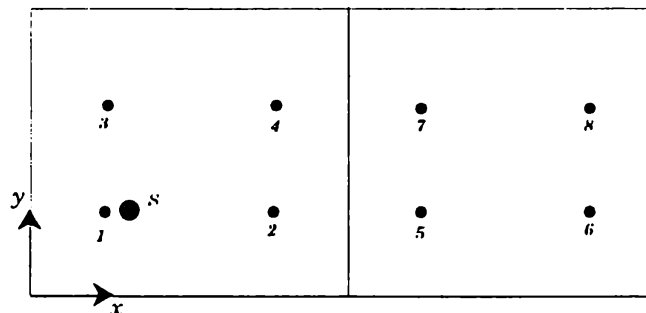


FIG 2. Points de sortie des tests numériques.

La bande d'excitation est fixée a priori à 100 Hz-20 kHz. A la fréquence la plus élevée (20 kHz), la plaque excitée possède 50 longueurs d'onde par direction. Cette valeur correspond au maximum réalisable avec le calcul semi-modal (200 modes sont alors nécessaires). Les caractéristiques suivantes sont utilisées :

	Longueur / x (m)	Longueur / y (m)	épaisseur	η (%)	densité (Kg/m ³)	E_0 (N/m ²)
Plaque "1"	2	2	$3.25 \cdot 10^{-3}$	0.1:1:10	7800	$2 \cdot 10^{11}$
Plaque "2"	2	2	$13 \cdot 10^{-3}$	0.1:1:10	7800	$2 \cdot 10^{11}$

TABLE.1 caractéristiques mécaniques et géométriques des plaques analysées.

Le coefficient de Poisson des deux plaques est égal à 0.3. Un rapport 4 existe entre les épaisseurs des deux plaques. Ce qui induit également un rapport des vitesses de groupes c_{g1}/c_{g2} de 1/2. Soit un angle critique de 30°. L'étude paramétrique est réalisée pour quelques valeurs de l'amortissement. Les simulations numériques sont effectuées en supposant que les deux plaques possèdent le même amortissement structural.

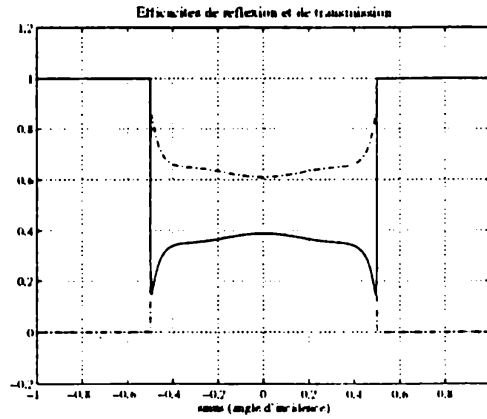


FIG.3. Evolution à 1000Hz des efficacités de réflexion (courbe pleine) et de transmission (trait discontinu) en fonction de l'angle d'incidence.

La plaque désignée par plaque "1" est excitée. Le point source se situe au point de coordonnées (0.6m;0.5m). La force d'excitation est égale à 1N. Les niveaux d'énergie sont estimés en un point parmi quatre points possibles dans chaque plaque. Comme le montre la figure 2, les points notés de "1" à "4" appartiennent à la plaque 1, et les points notés "5" à "8" appartiennent à la plaque 2. La figure 3 donne l'allure des efficacités de réflexion et de transmission.

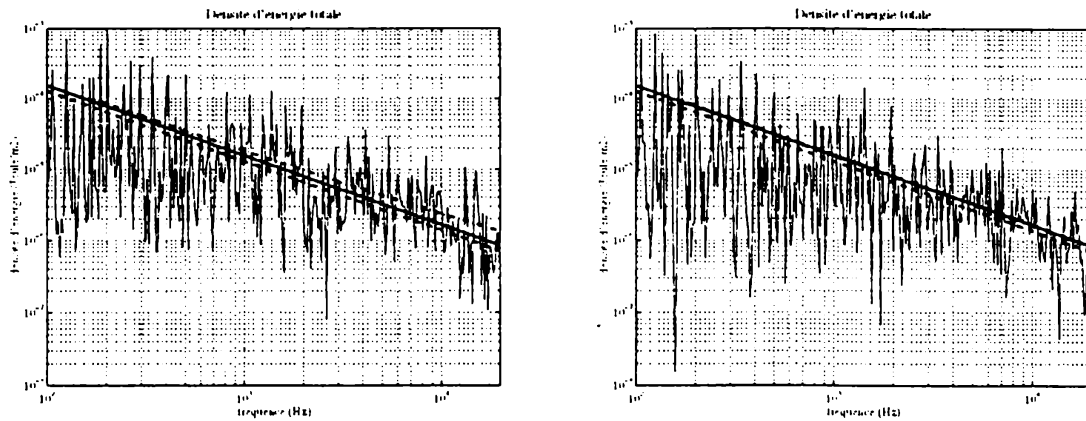


FIG.4. Évolution en fréquence de la densité d'énergie totale. "-----" calcul (MES) différentielle. "-.-.-.-" calcul (MES) intégrale. "———" calcul (SEA). (a) point "1". (b) point "5".

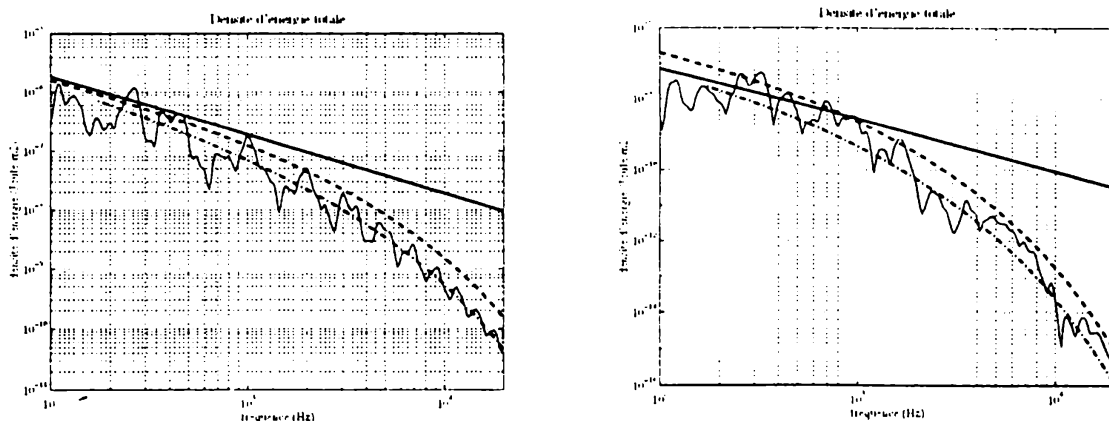


FIG.5. Evolution en fréquence de la densité d'énergie totale. "-----" calcul (MES) différentielle. "-.-.-.-" calcul (MES) intégrale. "———" calcul (SEA). (a) point "2". (b) point "6".

Les résultats de la figure 4 ci-dessous montrent que les trois méthodes (SEA, les deux formes de la MES) prédisent pratiquement les mêmes niveaux moyens.

Dans le cas où le coefficient d'amortissement vaut 10% (figure 5), on atteint rapidement le comportement asymptotique des réponses dynamiques. Le calcul (SEA) surestime considérablement les niveaux escomptés et "diverge" en hautes fréquences. Les deux méthodes énergétiques simplifiées quand à elles donnent un meilleur résultat.

3.2 Couplage complet de plaques et concmusions.

La structure choisie est composée de trois plaques rectangulaires couplées sur un bord. Les plaques sont perpendiculaires les unes des autres. Les caractéristiques mécaniques et géométriques des plaques sont données dans la table suivante.

	E(N/m ²)	ρ Kg/m ²	ν	largeur (m)	Longueur (m)	Epaiss (m)
Plaque 1	2.1e11	7800	0.3	3	3	0.01
Plaques 2	2.1e11	7800	0.3	2.5	3	0.01
Plaque 3	2.1e11	7800	0.3	3	3	0.01

TABLE.5.3. Caractéristiques de la structure test.

L'excitation est située au point $x_0=2$, $y_0=2$ de la plaque 1. Deux études l'une expérimentale et l'autre numérique ont été menées. Les résultats de ces investigations sont fournis dans ce qui suit.

La (SEA) et la (WIA) donnent pour la jonction de trois plaques des résultats sensiblement identiques. En effet, les différences ne sont sensibles ni lorsque les structures sont très réverbérantes ($\eta=0,01$), ni lorsqu'elles sont amorties ($\eta=0,05$). Il faut remarquer cependant (bien que les résultats ne soient pas présentés ici), que pour des structures plus directives, c'est-à-dire ayant des longueurs et largeurs qui ne soient pas du même ordre de grandeur, les niveaux d'énergies sont sensiblement différents d'une méthode à une autre. Pour un amortissement structural faible ($\eta=0,01$), l'hypothèse de champ diffus de la (SEA) semble tout à fait justifiée, les trois méthodes énergétiques fournissant des résultats assez proches.

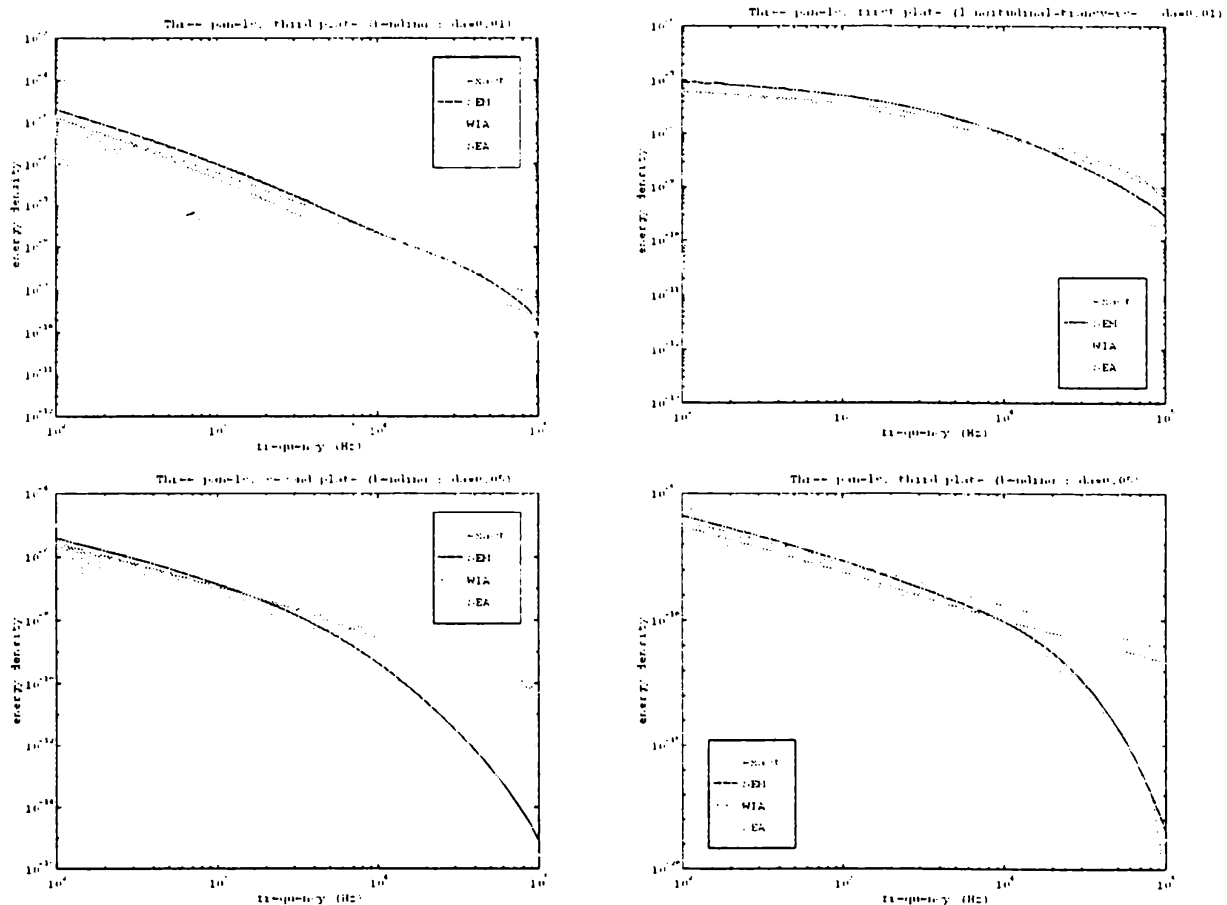


FIG.6. Evolution en fréquence de la densité d'énergie totale. "-----" calcul (MES) différentielle. "-.-.-.-" calcul (WIA). "....." calcul (SEA) "-.-.-.-".

Intéressons nous à présent aux résultats comparés de la (WIA) et de la (MES) Les résultats sont tout à fait similaires pour l'amortissement faible $\eta=0,01$, que ce soit pour les couplages de deux ou de trois plaques. Par contre ils deviennent vite différents pour une structure plus amortie ($\eta=0,05$). Par contre, la (MES) fournit, quel que soit l'amortissement, la bonne tendance ce qui n'est pas le cas des deux autres méthodes. Elle a néanmoins tendance à surestimer le niveau d'énergie dans les structures.

Remerciements

Les auteurs tiennent à remercier M. Aquilina (CERDAN, Toulon) pour son soutien.

Bibliographie

- [1] A. J. Keane and W. G. Price. A statistical energy analysis: An overview with applications in structural dynamics. 1997 Cambridge University Press.
- [2] Langley R.S., *A wave intensity technique for the analysis of high frequency vibrations*, Journal of Sound and Vibrations, vol.159, 1992.
- [3] Langley R.S., *Analysis of beam and plate vibrations*, Journal of Sound and Vibrations, vol.150 n°1, 1991.
- [4] Ichchou M.N., *Formulation énergétiques pour l'étude moyennes et hautes fréquences des systèmes : Théorie et applications*, Thèse Ecole Centrale de Lyon, 1996.
- [5] C. Boisson, J. L. Guyader, P. Millot and C. Lesueur 1982, *Journal of Sound and Vibration* Vol. 81 (1), Page. 93-105. " Energy Transmission In Finite Coupled Plates, Part II: Application To an L Shaped Structure ".